

Festival matematike Varaždinske županije 2018.

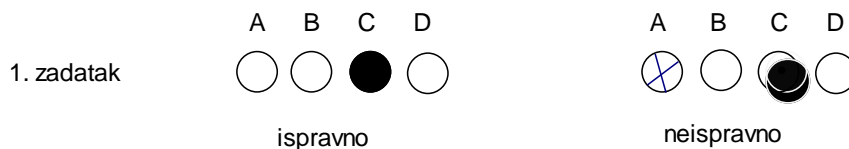
Pojedinačno natjecanje za učenike

3. razreda srednje škole

Svaki zadatak se boduje s 5 bodova. Netočno rješenje donosi 0 bodova, a zadatak bez ponuđenog rješenja 1 bod. Od 4 ponuđena rješenja samo jedno je točno koje se unosi u priloženi listić za odgovore.



Na listiću je potrebno kemijskom olovkom zacrniti kružić ispod slova koje predstavlja točan odgovor. Slika prikazuje ispravan unos točnog odgovora prvog zadatka i neispravan unos. Na kraju se Povjerenstvu predaje samo listić s osobnim podacima i odgovorima.

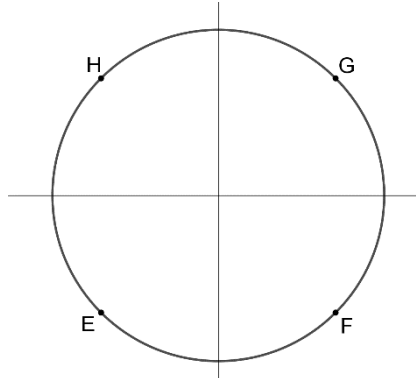


Zadaci:

1. Festivalski dan je dan u godini u kojem vrijedi da je umnožak dana i mjeseca jednak broju godine u datumu zapisanom u obliku dd.mm.gg. (npr. za 09.02.18. vrijedi da je $9 \cdot 2 = 18$ pa se 9. veljače 2018. se zove Festivalski dan). Koliko Festivalskih dana ima u 2018. godini?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6
2. Podatci Financijske agencije (Fina) pokazuju da je na kraju studenoga 2017. godine u blokadi bilo oko 11000 žitelja Varaždinske županije, a njihov dug je iznosio oko 1.43 milijarde kuna. Koliki je prosječni dug svakoga blokiranoga žitelja Varaždinske županije?
A) 1 300 kn B) 13 000 kn
C) 130 000 kn D) 1 300 000 kn
3. Vrijednost dionice na burzi u jednome danu smanjila za 80%, a sljedećeg dana se povećala za 80% u odnosu na prethodni dan. Kolika je vrijednost te dionice nakon povećanja u odnosu prema vrijednosti dionice prije smanjenja?
A) 36% vrijednosti prije smanjenja vrijednosti
B) ista kao i prije smanjenja
C) 36% veća od vrijednosti prije smanjenja
D) 36% manja od vrijednosti prije smanjenja

4. Koliko bridova ima šesterostrana krnja piramida?
 A) 6 B) 7 C) 12 D) 18
5. Koja od nacrtanih točaka na trigonometrijskoj kružnici ima koordinatu $-\frac{107\pi}{4}$?

- A) E
 B) F
 C) G
 D) H



6. Koliki je omjer polumjera upisane i opisane kružnice pravilnome šesterokutu?
 A) $1 : 2$ B) $\sqrt{2} : 2$ C) $\sqrt{3} : 2$ D) $\sqrt{3} : 3$
7. Zadane su točke $A(1, -2), B(4, 2), C(-4, 10)$. Koliki je sinus kuta α između vektora \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{AC} ?
 A) $\sin \alpha = -\frac{56}{65}$ B) $\sin \alpha = -\frac{33}{65}$
 C) $\sin \alpha = \frac{33}{65}$ D) $\sin \alpha = \frac{56}{65}$
8. Ako je $p = \log_{27} 169$ i $r = \log_3 13$ onda je:
 A) $p = \frac{1}{2}r$ B) $p = \frac{2}{3}r$
 C) $p = \frac{3}{2}r$ D) $p = 2r$
9. Koliko rješenja ima jednačina $\sin x = \log x$?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3
10. Obodni kut nad tetivom duljine t u kružnici polumjera r ima mjeru α . Što od navedenoga vrijedi za mjeru obodnoga kuta β nad tetivom iste duljine u kružnici dvostruko većeg polumjera?
 A) $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{2}$ B) $\sin \beta = 2 \sin \alpha$
 C) $\beta = \frac{\alpha}{2}$ D) $\beta = 2\alpha$
11. Koliki je zbroj svih rješenja jednačine $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$ na intervalu $[-\pi, 3\pi]$?
 A) π B) $\frac{10\pi}{3}$ C) 4π D) $\frac{20\pi}{3}$

12. U kružnicu polumjera 5 cm upisan je pravokutni trokut površine 20 cm^2 . Koliki je zbroj duljina kateta toga trokuta?
 A) $6\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{5}$ C) $10\sqrt{2}$ D) 18
13. Kolika je površina četverokuta kojega u prvome kvadrantu zatvaraju pravci $x - 2y + 4 = 0, x + y - 8 = 0, y = 0, x = 0$?
 A) 16 B) 20 C) 26 D) 32
14. Duljine stranica raznostraničnoga trokuta iznose 4 i 6, a mjere njima nasuprotnih kutova se odnose kao $1 : 2$. Kolika je duljina treće stranice trokuta?
 A) 5 B) 6 C) 7 D) 8
15. U kvadrat sa stranicom duljine $3\sqrt{3}\text{ cm}$ upisan je kružni isječak polumjera 6 cm sa središtem u jednom vrhu kvadrata. Kolika je površina toga kružnog isječka?
 A) $\pi\text{ cm}^2$ B) $2\pi\text{ cm}^2$ C) $3\pi\text{ cm}^2$ D) $4\pi\text{ cm}^2$
16. U jednakostranični trokut upisan je kvadrat tako da jedna stranica kvadrata leži na stranici trokuta, a preostala dva vrha leže na preostale dvije stranice trokuta. Koliki je omjer duljine stranice trokuta i duljine stranice upisanoga kvadrata?
 A) $2 : \sqrt{3}$ B) $3 : \sqrt{2}$
 C) $(2 + \sqrt{3}) : \sqrt{3}$ D) $(2 - \sqrt{3}) : 1$
17. Koliki je temeljni period funkcije $f(x) = \sin \frac{3x}{4} + \cos \frac{5x}{6}$?
 A) 24π B) 15π
 C) $\frac{8\pi}{3}$ D) $\frac{12\pi}{5}$
18. Kolika je najveća vrijednost realnoga parametra a za kojeg jednadžba $2 \sin x - \cos^2 x + a + 1 = 0$ ima realna rješenja?
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1
19. Ako kutovi α, β, γ nekoga trokuta zadovoljavaju jednakost $\sin \alpha = \frac{\sin \beta + \sin \gamma}{\cos \beta + \cos \gamma}$, kolika je mjera kuta α ?
 A) 30° B) 45° C) 60° D) 90°

20. Ana i Filip igraju igru brojevima na način da izgovaraju brojeve jedan ili dva. Prvi broj izgovori Ana, a nakon nje jedan ili dva izgovori Filip, te taj broj zbroji s Aninim brojem. Nakon njega Ana izgovori jedan ili dva te taj broj doda prethodnome zbroju i tako nastavljaju do kraja igre. Pobjednik je onaj igrač kojemu je nakon izgovorenoga broja zbroj jednak 20. Što je od navedenoga točno?

- A) Ako Ana izgovori 1 Ana ima dobitnu strategiju za pobjedu u igri.
- B) Ako Ana izgovori 2 Ana ima dobitnu strategiju za pobjedu u igri.
- C) Bez obzira koji broj Ana izgovori Ana ima dobitnu strategiju za pobjedu u igri.
- D) Bez obzira koji broj Ana izgovori Filip ima dobitnu strategiju za pobjedu u igri.

Rješenja:

1.	C
2.	C
3.	A
4.	D
5.	A
6.	C
7.	D
8.	B
9.	D
10.	A
11.	B
12.	B
13.	B
14.	A
15.	C
16.	C
17.	A
18.	D
19.	D
20.	B