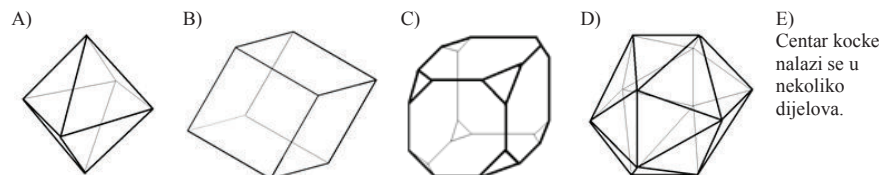
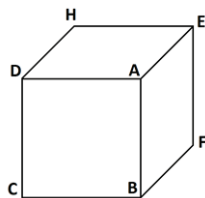


19. Kocka na slici presječena je ravinom koja prolazi kroz tri vrha susjedna vrhu A, to su vrhovi D, E i B. Slično, kocku sijeku ravnine koje prolaze kroz tri susjedna vrha svakog od preostalih sedam vrhova. Kako izgleda onaj dio tako prerezane kocke koji sadrži centar kocke?



20. Neka je $f: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ funkcija definirana sa $f(n) = \frac{n}{2}$ ako je n paran, a $f(n) = \frac{n-1}{2}$ ako je n neparan. Za prirodan broj k sa $f^k(n)$ označavamo izraz $f(f(\dots f(n) \dots))$, gdje se simbol f pojavljuje k puta. Koliko rješenja ima jednačina $f^{2013}(n) = 1$?

- A) 0 B) 4026 C) 2^{2012} D) 2^{2013} E) beskonačno

21. U ravnini je nacrtano nekoliko pravaca. Pravac a siječe točno tri druga pravca, a pravac b siječe točno četiri druga pravca. Pravac c siječe točno n drugih pravaca, gdje je $n \notin \{3,4\}$. Koliko je pravaca nacrtano u toj ravnini?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) Ništa od navedenog.

22. Suma prvih n prirodnih brojeva troznamenkast je broj kojem su sve znamenke jednake. Kolika je suma znamenaka broja n ?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

23. Na otoku Viteza i Lupeža žive samo dva tipa ljudi: Vitezovi (koji uvijek govore istinu) i Lupeži (koji uvijek lažu). Sreo sam dva čovjeka koji tamo žive i pitao sam višeg od njih jesu li obojica Vitezovi. On je odgovorio, ali nisam mogao zaključiti što su. Zato sam pitao nižeg je li viši čovjek Vitez. Odgovorio je, i onda sam znao kojem tipu ljudi pripadaju. Koga sam sreo?

- A) Obojica su Vitezovi.
B) Obojica su Lupeži.
C) Viši je Vitez, a niži je Lupež.
D) Viši je Lupež, a niži je Vitez.
E) Potrebno je još podataka.

24. Julije je napisao algoritam kako bi ispisao niz brojeva zadanih sa $a_1 = 1$, $a_{m+n} = a_m + a_n + mn$, gdje su m i n prirodni brojevi. Koliko iznosi a_{100} ?

- A) 100 B) 1000 C) 2012 D) 4950 E) 5050

Rješenja zadataka bit će objavljena 2. svibnja 2013. godine na internet stranici HMD-a. Rezultati natjecanja najbolje plasiranih učenika bit će objavljeni 9. svibnja 2013. godine na internet stranici HMD-a. Nagrade najboljim učenicima dodjeljivat će se od 25. svibnja 2013. godine. Obavijesti se mogu dobiti na Internetu - <http://www.matematika.hr/klokan>

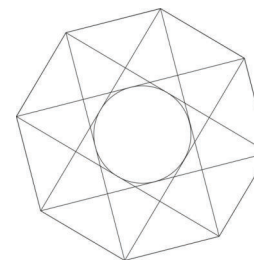


MATEMATIČKI KLOKAN S
6 700 000 sudionika u 52 zemlje Europe, Amerike, Afrike i Azije
Četvrtak, 21. ožujka 2013. – Trajanje 75 minuta
Natjecanje za Studente (IV. razred SŠ)

- * Natjecanje je pojedinačno. Računala su zabranjena.
* Svaki zadatak ima pet ponuđenih odgovora od kojih je samo jedan točan.
* Prvih osam pitanja donose po 3 boda, drugih osam po 4 boda, a trećih osam po 5 bodova.
* Ako niti jedan odgovor nije zaokružen, ili su zaokružena dva ili više odgovora zadatak donosi 0 bodova
* Ako je zaokružen odgovor pogrešan, oduzima se četvrtina bodova predviđenih za taj zadatak.
* Svaki sudionik u natjecanju dobiva simboličan dar, a deset posto najboljih nagradu.

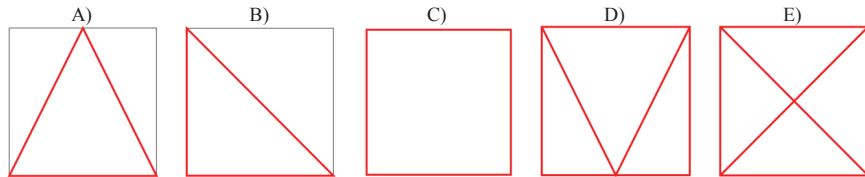
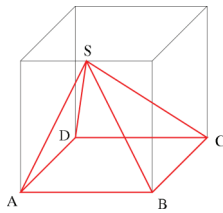
Pitanja za 3 boda:

- Koji je od danih brojeva najveći?
A) 2013 B) 2^{0+13} C) 20^{13} D) 201^3 E) $20 \cdot 13$
- Pravilni osmerokut na slici ima stranicu duljine 10. Koliki je radijus kružnice upisane malom osmerokutu kojeg tvore dijagonale?



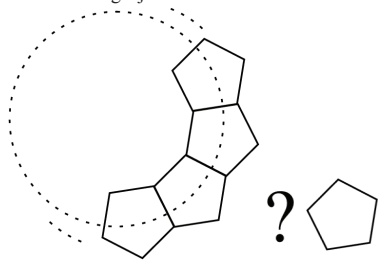
- A) 10 B) 7.5 C) 5 D) 2.5 E) 2
- Koliko bridova ima prizma koja ukupno ima 2013 strana?
A) 2011 B) 2013 C) 4022 D) 4024 E) 6033
 - Koliko iznosi treći korijen broja $3^{(3^3)}$?
A) 3^3 B) $3^{(3^3-1)}$ C) $3^{(2^3)}$ D) $3^{(3^2)}$ E) $(\sqrt{3})^3$
 - Godina 2013. ima svojstvo da se sastoji od uzastopnih znamenki 0, 1, 2 i 3. Koliko godina je prošlo od posljednjeg puta kada se godina sastojala od četiri uzastopne znamenke?
A) 467 B) 527 C) 581 D) 693 E) 990
 - Neka je f linearna funkcija za koju vrijedi $f(2013) - f(2001) = 100$. Koliko iznosi $f(2031) - f(2013)$?
A) 75 B) 100 C) 120 D) 150 E) 180
 - Kada se određena kruta tvar otopi njen se volumen poveća za $\frac{1}{12}$. Koliko se volumen smanji kada se ta ista tvar ponovo skrutiti?
A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{1}{14}$

8. U kocki na slici vidimo krutu neprozirnu piramidu $ABCD$ s bazom $ABCD$. Vrh piramide S leži na polovištu brida kocke. Gledamo piramidu od gore, od dolje, sprijeda, odozada, s lijeve strane, s desne strane. Koji pogled nećemo uočiti?



Pitanja za 4 boda:

9. Rade ima identične plastične dijelove u obliku pravilnog peterokuta. Lijepi ih rub uz rub u krug (kao na slici). Koliko će se peterokuta potrošiti za takvo slaganje?

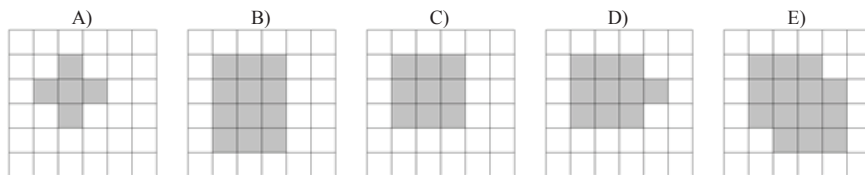


- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

10. Koliko ima prirodnih brojeva n za koje je $\frac{n}{3}$ i $3n$ troznamenast prirodan broj?

- A) 12 B) 33 C) 34 D) 100 E) 300

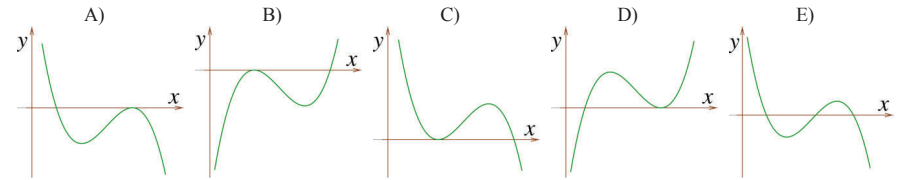
11. Pod je popločan kvadratnim pločicama i na njemu se nalazi sag u obliku kruga. Sve pločice koje sa sagom imaju više od jedne zajedničke točke obojene su sivo. Što od navedenog ne može biti rezultat ovog postupka?



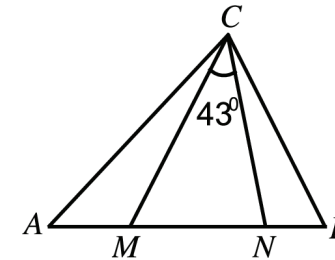
12. Što je negacija tvdnje „Za svaki parni broj x , $f(x)$ je paran broj.“?

- A) Za svaki parni broj x , $f(x)$ je neparan broj.
 B) Za svaki neparni broj x , $f(x)$ je paran broj.
 C) Za svaki neparni broj x , $f(x)$ je neparan broj.
 D) Postoji parni broj x takav da je $f(x)$ neparan broj.
 E) Postoji neparni broj x takav da je $f(x)$ neparan broj.

13. Na kojoj slici je prikazan graf funkcije $W(x) = (a - x)(b - x)^2$, gdje je $a < b$?



14. U trokutu ABC na slici za točke M i N na stranici \overline{AB} vrijedi $|AN| = |AC|$ i $|BM| = |BC|$. Koja je mjera kuta $\angle ACB$ ako je $\angle MCN = 43^\circ$?



- A) 86° B) 89° C) 90° D) 92° E) 94°

15. Koliko uređenih parova prirodnih brojeva (x, y) zadovoljava jednadžbu $x^2y^3 = 6^{12}$?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) Ništa od navedenog.

16. U kutiji se nalazi 900 karata numeriranih od 100 do 999. Svi brojevi na kartama su različiti. Franko izvlači karte i računa sumu znamenaka na svakoj od njih. Koliko najmanje karata on mora izvuci kako bi bio siguran da će u ruci imati tri karte sa istom sumom znamenaka?

- A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

Pitanja za 5 bodova:

17. Koliko ima uređenih parova cijelih brojeva (x, y) , $x \leq y$ takvih da je njihov produkt pet puta veći od njihove sume?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

18. Neka je $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija sa sljedećim svojstvima: f je periodična funkcija s periodom 5 i restrikcija te funkcije na interval $[-2, 3]$ je $x \mapsto x^2$. Koliko iznosi $f(2013)$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 9