MATEMATIČKI KLOKAN C 2016.

RJEŠENJA ZADATAKA

Pitanja za 3 boda:

1. Koliko ima cijelih brojeva između 3.17 i 20.16 ?

A) 15 B) 16 **C)** 17 D) 18 E) 19

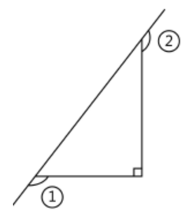
Rješenje **C** To su 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 i 20.

2. Koji od prikazanih prometnih znakova ima najveći broj osi simetrije?

A) B) C) D) E)

Rješenje **A** Znak A ima ukupno 4 osi simetrije.

3. Koliki je zbroj veličina dva označena kuta?



A) 150° B) 180° **C)** 270° D) 320° E) 360°

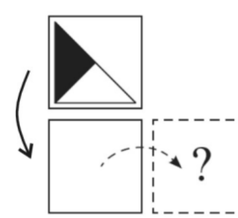
Rješenje **C** $(1) + \alpha = 180°$, $(2) + \beta = 180°$, $\alpha + \beta = 90° \Rightarrow (1) + (2) = 270°$

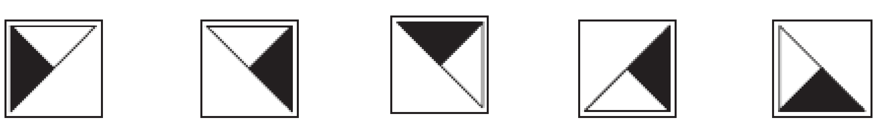
4. Umjesto da je zadanom broju dodala broj 26, Vera mu je oduzela 26 i dobila −14. Koji je broj trebala dobiti?

A) 28 B) 32 C) 36 **D)** 38 E) 42

Rješenje **D** $x - 26 = -14$, $x = 12$, $12 + 26 = 38$. Vera je trebala dobiti broj 38.

5. Jasna je prevrnula kartu najprije oko donje stranice, a zatim oko desne stranice.
Koju kartu vidi nakon ta dva prevrtanja?





A) **B)** C) D) E)

Rješenje **B**

6. Klokić slaže 555 grupa po 9 kamenčića na jednu hrpu. Zatim dijeli tu hrpu na skupine koje sadrže po 5 kamenčića. Koliko će skupina dobiti?

A) 999 B) 900 C) 555 D) 111 E) 45

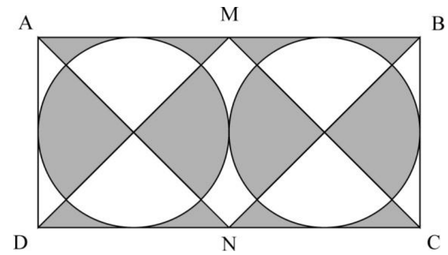
Rješenje **A** $555 \times 9 = 5 \times 111 \times 9 = 9 \times 111 \times 5 = 999 \times 5$. Klokić će dobiti 999 skupina po 5 kamenčića.

7. Na školskoj ploči sam pročitao da 45 nastavnika odnosno 60 % ukupnog broja svih nastavnika moje škole dolazi u školu biciklom. Samo 12 % ukupnog broja svih nastavnika dolazi u školu automobilom. Koliko nastavnika dolazi u školu automobilom?

A) 4 nastavnika B) 6 nastavnika **C)** 9 nastavnika D) 10 nastavnika E) 12 nastavnika

Rješenje **C** Neka je x ukupan broj nastavnika koji radi u toj školi. Tada vrijedi $60\% \cdot x = 45$, odnosno $x = 75$. U školu automobilom dolazi 12% ukupnog broja tj. $12\% \cdot 75 = 9$.

8. ABCD je pravokutnik, a točke M i N su polovišta dužina $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$. Kružnice dodiruju stranice pravokutnika i međusobno se dodiruju. Ako je |AB| = 10 cm, kolika je površina osjenčanog dijela?



A) $\frac{25\pi}{4}\,\text{cm}^2$ B) $20\ \text{cm}^2$ C) $50 - \frac{25\pi}{4}\ \text{cm}^2$ **D)** $25\ \text{cm}^2$ E) $5\ \text{cm}^2$

Rješenje **D** Promjer dviju kružnica 2r = |AB| = 10 cm, pa je r = 5 cm = |BC| i površina pravokutnika je $P = 50\ \text{cm}^2$. Osjenčan dio jednak je bijelom dijelu, pa je površina osjenčanog dijela $P_1 = 25\ \text{cm}^2$.

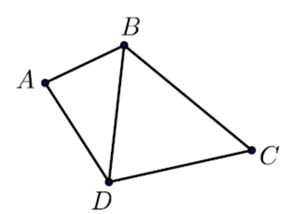
Pitanja za 4 boda:

9. Alen ima dva komada konopca duljine 1 m i 2 m. Presjekao ih je na nekoliko dijelova, koji su svi jednakih duljina. Koji od sljedećih brojeva, **ne** može biti broj tako dobivenih dijelova?

A) 6 **B)** 8 C) 9 D) 12 E) 15

Rješenje **B** Broj dijelova mora se odnositi kao 1 : 2, tj. ukupan broj dijelova je djeljiv s 3. Od ponuđenih odgovora samo 8 nije djeljiv s 3.

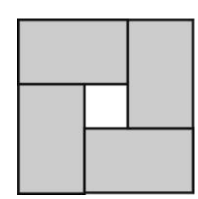
10.Četiri grada A, B, C, D povezana su cestama kako se vidi na slici. Trka prolazi svim cestama i svakom samo jednom. Trka započinje u gradu D, a završava u gradu B. Koliko različitih puteva može imati ta trka?



A) 10 B) 8 **C) 6** D) 4 E) 2

Rješenje **C** Trka može ići putevima : $D \to A \to B \to C \to D \to B$, $D \to A \to B \to D \to C \to B$, $D \to B \to A \to D \to C \to B$, $D \to B \to C \to D \to A \to B$, $D \to C \to B \to A \to D \to B$, $D \to C \to B \to D \to A \to B$. .

11. Slika prikazuje četiri sukladna pravokutnika smještena u kvadrat. Opseg svakog pravokutnika je 16 cm. Koliki je opseg kvadrata?



A) 16 cm B) 20 cm C) 24 cm D) 28 cm **E)** 32 cm

Rješenje **E** Označimo li duljine stranica pravokutnika s a i b, onda je $o = 2a + 2b = 16$. Opseg kvadrata je $o' = 4(a + b) = 4a + 4b = 2(2a + 2b) = 32$.

12. Petra ima u ogrlici 49 plavih i jednu crvenu kuglicu. Koliko kuglica mora ukloniti da u ogrlici plave čine 90% svih kuglica?

A) 4 B) 10 C) 29 D) 39 **E)** 40

Rješenje **E** Ako je 90% plavih kuglica onda je 10% crvenih. Mi imamo samo jednu crvenu kuglicu, pa moramo imati 9 plavih. Znači, Petra mora ukloniti 40 plavih kuglica.

13. Koji od sljedećih razlomaka ima vrijednost najbližu $\frac{1}{2}$?

A) $\frac{25}{79}$ B) $\frac{27}{59}$ **C)** $\frac{29}{57}$ D) $\frac{52}{79}$ E) $\frac{57}{92}$

Rješenje **C**

14. Tom, Ted i Teo su trojci (rođeni svi u istom danu). Njihova braća blizanci Josip i Jura su tri godine mlađi. Koji od navedenih brojeva može biti zbroj godina svih petero braće?

A) 36 B) 53 C) 76 **D)** 89 E) 92

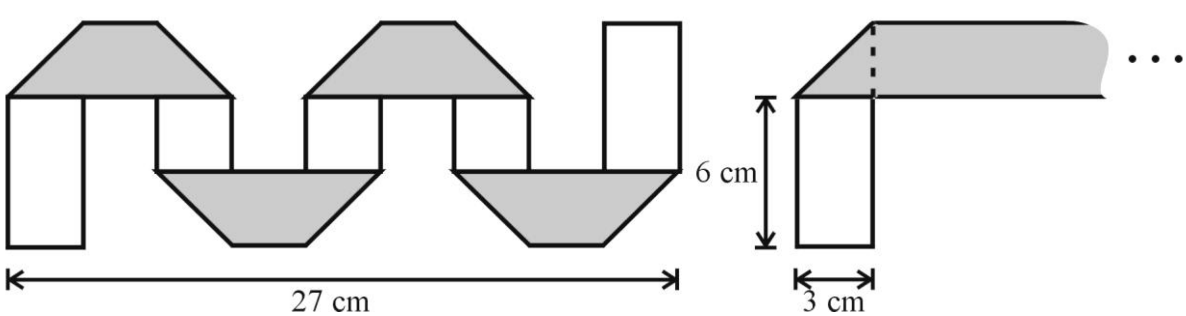
Rješenje **D** $x + x + x + (x - 3) + (x - 3) = y$, $5x = y + 6$. Traženi broj kad mu dodamo 6 mora biti djeljiv s 5.

15. Ivor je zapisao rezultate četvrtfinala, polufinala i finala muškog teniskog turnira (single odn. pojedinačno). Pravila su takva da samo pobjednici određenog susreta idu u daljnji dio natjecanja. U četvrtfinalu igraju se 4 susreta, u polufinalu 2 susreta (između pobjednika iz četvrtfinala) i u finalu jedan susret (pobjednici iz polufinala). Rezultati su bili sljedeći (ne nužno tim redoslijedom): Branko je pobijedio Antu, Karlo je pobijedio Damjana, Goran je pobijedio Hrvoja, Goran je pobijedio Karla, Karlo je pobijedio Branka, Edi je pobijedio Franju i Goran je pobijedio Edija. Koji je par igrao u finalu?

A) Goran i Hrvoje **B)** Goran i Karlo C) Karlo i Branko D) Goran i Edi E) Karlo i Damjan

Rješenje **B** Goran je ostvario tri pobjede, znači da je pobijedio u četvrtfinalu, polufinalu i finalu (pobijedio je redom Hrvoja, Edija i Karla). Karlo je ostvario dvije pobjede – u četvrtfinalu i polufinalu (pobijedio je redom Damjana pa Branka), a izgubio od Gorana u finalu. Branko je pobijedio Antu u četvrtfinalu i izgubio od Karla u polufinalu. Edi je pobijedio Franju u četvrtfinalu i izgubio od Gorana u polufinalu. U finalu su igrali Goran i Karlo.

16. Pravokutna traka papira ima širinu 3 cm, s jedne strane je siva, a s druge strane je bijela. Marija preklapa traku kao što vidite na slici. Sivi trapezi su međusobno sukladni. Kolika je duljina trake prije preklapanja?



A) 36 cm B) 48 cm C) 54 cm **D)** 57 cm E) 81 cm

Rješenje **D** Zamislimo da trapeze prerežemo po visinama spuštenim iz vrhova kraćih osnovica (na dulje osnovice) i izravnamo. Dobit ćemo 5 pravokutnika dimenzija 3 cm $\times$ 9 cm, a njih vežu 4 kvadrata dimenzija 3 cm $\times$ 3 cm. Traka je dugačka $5 \times 9 + 4 \times 3 = 57$ cm.

Pitanja za 5 bodova:

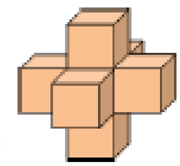
17. Dva klokana Rex i Max počinju skakati u isto vrijeme s istog mjesta u istom smjeru. Oni skaču jedan skok u sekundi. Svaki skok Rexa dug je 6 m. Maxov prvi skok dug je 1 m, drugi skok 2 m, treći skok 3 m, četvrti skok 4 m, i tako dalje. Nakon koliko skokova će Max stići Rexa?

A) 10 **B)** 11 C) 12 D)13 E)14

Rješenje **B**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Rex	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66
Max	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66

18. Sedam igraćih kocaka zalijepljene su u tijelo (vidi desno). Strane kocaka koje su zalijepljene, imaju isti broj točaka na sebi. Koliki je zbroj točaka koji se nalazi na svim stranama tog tijela? (Na ovoj slici nisu nacrtane točke na igraćim kockama).



A) 24 B) 90 C) 95 **D)**105 E)126

Rješenje **D** Broj točaka na jednoj kocki iznosi $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. Međusobno su zalijepljene 42 točke. Ukupan broj točaka na 7 kocaka je $7 \times 21 = 147$. Zbroj točaka na svim stranama tijela je $147 - 42 = 105$.

19. U razredu je 20 učenika. Oni sjede u parovima. Točno trećina dječaka sjedi s djevojčicama i točno polovina djevojčica sjedi s dječacima. Koliko je dječaka u razredu?

A) 9 **B)** 12 C) 15 D)16 E)18

Rješenje **B** Označimo s x broj dječaka, a s y broj djevojčica. Znamo da je $\frac{1}{3}x = \frac{1}{2}y \to 2x = 3y \to y = \frac{2}{3}x$.

$x + y = 20 \to x + \frac{2}{3}x = 20 \to 5x = 60 \to x = 12.$

20. Na ploči je napisano nekoliko različitih prirodnih brojeva. Umnožak najmanja dva broja je 16, a umnožak najveća dva broja je 225. Koliki je zbroj svih brojeva?

A) 38 B) 42 **C)** 44 D) 58 E) 243

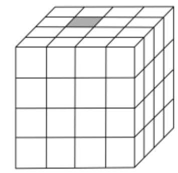
Rješenje **C** $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \to$ Dva moguća različita broja čiji je umnožak 16 su 2 i 8 ili 1 i 16.
$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \to$ Dva moguća različita broja čiji je umnožak 225 su 3 i 75 ili 5 i 45 ili 9 i 25 ili 1 i 225.
Kako je 16 umnožak dva najmanja broja, oni su 2 i 8 (1 i 16 ne mogu biti jer su 3, 5 i 9 manji od 16).
Kako je 225 umnožak dva najveća broja, oni su 9 i 25 (oba su veća od 8). Dakle, to su brojevi 2, 8, 9 i 25, a njihov je zbroj $2 + 8 + 9 + 25 = 44$.

21. Dvanaest djevojaka sjedi u kafiću. Neke su pojele 2 kolača, neke jedan, a dvije su samo popile mineralnu vodu. Prosječno su pojele 1.5 kolača. Koliko je djevojaka pojelo dva kolača?

A) 2 B) 5 C) 6 D) 7 **E)** 8

Rješenje **E** Pomnožimo li prosjek s brojem djevojaka dobit ćemo broj kolača. $12 \times 1.5 = 18$.
10 djevojaka pojelo je 18 kolača, što znači da ih je 8 pojelo po 2, a dvije su pojele po jedan kolač.

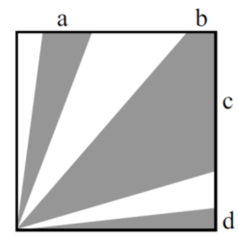
22. Kocka desno sastoji se od 64 malih kocaka. Samo je jedna kocka siva. Prvog dana siva kocka promijenila je boju svojih susjeda u sivu (kocke su susjede ako imaju zajedničku stranu). Drugog dana sve sive kocke načinile su isto. Koliko je sivih kocaka bilo na kraju drugog dana?



A) 11 B) 13 C) 15 D) 16 **E)** 17

Rješenje **E** Na kraju prvog dana bilo je ukupno 6 sivih kocaka (1 + 5 susjednih), a na kraju drugog 17.

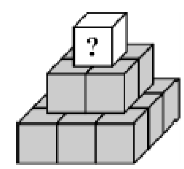
23. U kvadratu površine 36, imamo osjenčane dijelove, kao što se to vidi na slici.
Zbroj površina svih osjenčanih dijelova je 27. Koliko je a + b + c + d ako su a, b c i d duljine nekih stranica osjenčanih dijelova ?



A) 4 B) 6 C) 8 **D)** 9 E) 10

Rješenje **D** Kvadrat površine 36 ima stranicu duljine 6. Osjenčani dijelovi su četiri trokuta s osnovicama a, b, c, d i s visinom duljine v koja je jednaka duljini stranice kvadrata. Zbroj njihovih površina je P = $\frac{a\times v}{2}+\frac{b\times v}{2}+\frac{c\times v}{2}+\frac{d\times v}{2}$, odnosno $27 = \frac{6}{2}(a+b+c+d)$ => $a+b+c+d=9$.

24. Tanja piše različite prirodne brojeve na četrnaest kocaka u piramidi – jedan broj na svaku kocku.. U prvom redu je devet kocaka. Zbroj prirodnih brojeva s tih kocaka je 50. U drugom redu su četiri kocke. Svaka od njih označena je brojem koji je zbroj četiri kocke na kojima ona leži. Isto vrijedi i za kocku u trećem redu. Koji je najveći broj koji možemo napisati na kocku na vrhu?



A) 80 B) 98 C) 104 D) 110 **E)** 118

Rješenje **E** Označimo kocke u prvom redu, odnosno njihove gornje strane s a, b, c, d, e, f, g, h, j (vidi sliku).

g	h	j
f	e	d
a	b	c

Kocke u drugom redu označimo s A, B, C, D, a kocku na vrhu s X.
Znamo da je a + b + c + d + e + f + g + h + j = 50.
Kocka A leži na kockama a,b,e,f, pa je njezin broj jednak zbroju a + b + e + f .
Kocka B leži na kockama b, c, d, e, pa je njezin broj jednak zbroju b + c + d + e.
Kocka C leži na kockama e, d, j, h, pa je njezin broj jednak zbroju e + d + j + h.
Kocka D leži na kockama e, f, g, h, pa je njezin broj jednak zbroju e + f + g + h.
Tada je zbroj vrijednosti na kockama u drugom redu jednak a + 2b + c + 2d + 4e + 2f + g + 2h + j.
Nadalje je a + 2b + c + 2d + 4e + 2f + g + 2h + j = a + b + c + d + e + f + g + h + j + (b + d +3e + f + h) =
= 50 + 3e + (b + d + f + h).
Najveći od brojeva a, b, c, d, e, f, g, h, j je 14, jer kad bi najveći bio 15 ili veći, tada bi zbroj preostalih osam brojeva bio 50 – 15 = 35 ili manji. Ali, na tih preostalih osam kocaka najmanji zbroj različitih prirodnih brojeva je 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36 pa smo došli do proturječja. Najveći broj 14 ima

smisla staviti na kocku koja najviše doprinosi u ukupnom zbroju tj. e = 14. Kad je e = 14 tada je zbroj preostalih osam jednak 36,a to je upravo situacija kad su na tih osam kocaka brojevi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Od njih na mjesta b, d, f i h stavimo četiri najveća tj. 5, 6, 7, 8 pa je ukupan zbroj 50 +3e +(b + d + f + h) = 118.
Kako je to u ponuđenim odgovorima najveći broj i može se ostvariti ne treba promatrati druge slučajeve kad je npr. e = 13, 12, 11, 10.

Eventualne primjedbe na rješenja zadataka primaju se isključivo elektronskim putem na e-mail klokan@math.hr do 22. travnja 2016. u 23:59.
Rezultati natjecanja najbolje plasiranih učenika bit će objavljeni 2. svibnja 2016. godine na oglasnoj ploči škole i na internet stranici HMD-a.
Primjedbe i žalbe učenika primaju se isključivo elektronskim putem na e-mail klokan@math.hr do 9. svibnja 2016. u 23:59.
Nagrade najboljim učenicima dodjeljivat će se od 23. svibnja 2016. godine.
Obavijesti se mogu dobiti na Internetu - **http://www.matematika.hr/klokan/2016/**.