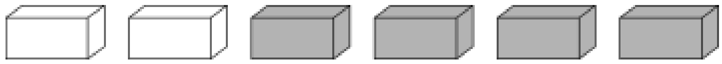
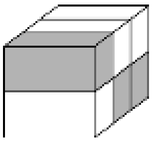
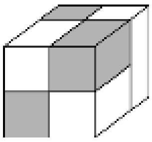
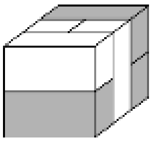
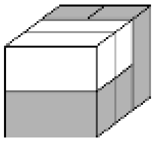
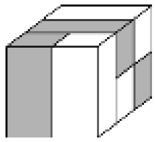
MATEMATIČKI KLOKAN B 2021.

RJEŠENJA ZADATAKA

Pitanja za 3 boda:

1. Koji se od sljedećih oblika može složiti koristeći zadanih 6 kvadara?



A)  B)  C)  D)  E) 

Rješenje: D

Jedina kocka koja se sastoji od 4 siva i 2 bijela kvadra je kocka D). Sve ostale sastoje se od po 3 siva i 3 bijela kvadra.

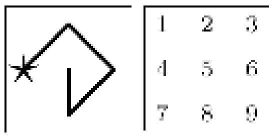
2. Na koliko se mjesta na slici nalaze djeca koja se međusobno drže za lijevu ruku?

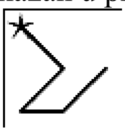
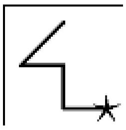
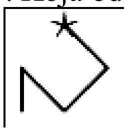
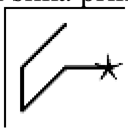
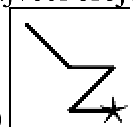
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Rješenje: A

To je moguće samo u paru u kojemu jedno dijete vidimo s leđa, a drugo licem. Takva su dva para, od kojih se jedan par drži desnim, a drugi par lijevim rukama. Dakle, samo na jednome mjestu djeca se drže lijevom rukom.

3. U kvadratu pišu brojevi od 1 do 9, kao na slici. Broj stvaramo na način da mu znamenke čine brojevi unutar kvadrata kroz koji prolazi linija, počevši od zvjezdice. Primjerice, broj prikazan u primjeru na slici bio bi 42685. Koja od sljedećih slika prikazuje najveći broj?

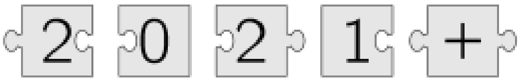


A)  B)  C)  D)  E) 

Rješenje: E

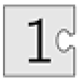
Kako svaka linija prolazi kroz 5 brojeva, najveći broj može biti na slikama B) i E) jer im je desettisućica najveća, tj. 9. Oni se razlikuju u znamenkama stoticama, a veći je broj na slici E) jer ima 6 stotica, dok broj na slici B) ima 5 stotica.

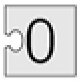
4. Kada se pet dijelova slagalice složi u odgovarajućem redoslijedu, dobije se pravokutnik na kojemu je zapisan jedan račun. Rješenje je:



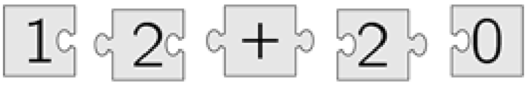
A) 22 B) 32 C) 41 D) 122 E) 203

Rješenje: B

Očito su 

i 

prvi i posljednji dio slagalice. Jedini mogući poredak je:



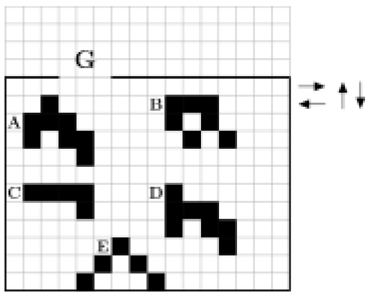
Stoga je rješenje računa na slagalici $12+22=32$.

5. Mjerna traka postavljena je oko valjka kao na slici. Koji broj treba pisati na mjestu upitnika?
A) 53 B) 60 C) 69 D) 77 E) 81

Rješenje: C

Broj koji piše na mjestu upitnika ima poziciju koja odgovara pozicijama brojeva 6 i 27. Kako se ti brojevi razlikuju za 21, na mjestu upitnika pisat će broj 27 + 21 + 21 = 69.

6. Pet crnih likova koji se nalaze unutar mreže mogu se kretati samo u smjerovima prikazanima crnim strelicama. Koja figura može izaći kroz prolaz G?
A) A B) B C) C D) D E) E



Rješenje: B

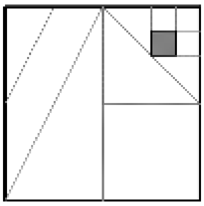
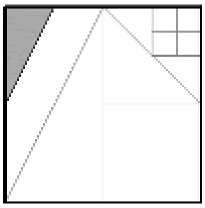
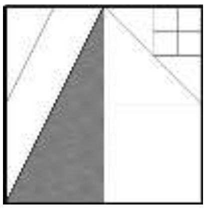
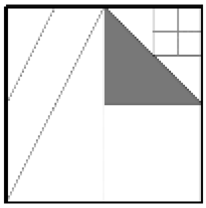
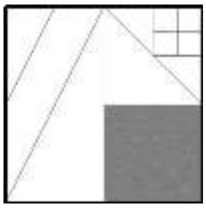
Kako je širina prolaza jednaka širini triju kvadratića zadane mreže, očito samo figura B može proći kroz prolaz jer nema dijelova širih od 3 kvadratića.
Figura B pomakne se 6 kvadratića ulijevo, potom 3 kvadratića gore, zatim 1 kvadratić lijevo i konačno 1 kvadratić gore, čime će proći kroz prolaz G.

7. Katarina želi obojiti zidove svoje sobe u zeleno. Zelena boja koju je kupila pretamna je pa ju miješa s bijelom bojom kako bi dobila željenu nijansu. Isprobava razne mješavine. Koja će od sljedećih mješavina dati najtamniju nijansu zelene boje?
A) 1 dio zelene + 3 dijela bijele B) 2 dijela zelene + 6 dijelova bijele
C) 3 dijela zelene + 9 dijelova bijele D) 4 dijela zelene + 12 dijelova bijele
E) Sve će biti jednako tamne.

Rješenje: E

Odredimo omjere zelene i bijele boje u svakoj od mješavina.
U mješavini A) omjer je 1 : 3, u mješavini B) omjer je 2 : 6 = 1 : 3, u mješavini C) omjer je 3 : 9 = 1 : 3, a u mješavini D) omjer je 4 : 12 = 1 : 3. Dakle, sve će biti jednako tamne.

8. U kvadratu su nacrtane dužine čije su rubne točke ili polovišta ili rubne točke ostalih dužina. Potom je osjenčana $\frac{1}{8}$ toga kvadrata. Koja od sljedećih slika predstavlja taj kvadrat?

A)  B)  C)  D)  E) 

Rješenje: D

Neka je a duljina stranice zadanog kvadrata. Tada mu je površina a^2.
Na slici A) obojeni je dio kvadrata kvadrat duljine stranice $\frac{1}{8}a$, pa mu je površina $\frac{1}{64}a^2$.
Na slici B) obojeni je dio kvadrata pravokutan trokut duljina kateta $\frac{1}{2}a$ i $\frac{1}{4}a$, pa mu je površina $\frac{1}{16}a^2$.
Na slici C) obojeni je dio kvadrata pravokutan trokut duljina kateta $\frac{1}{2}a$ i a, pa mu je površina $\frac{1}{4}a^2$.
Na slici E) obojeni je dio kvadrata kvadrat duljine stranice $\frac{1}{2}a$, pa mu je površina $\frac{1}{4}a^2$.
Na slici D) obojeni je dio kvadrata jednakokračan pravokutan trokut duljina kateta $\frac{1}{2}a$, pa mu je površina $\frac{1}{8}a^2$, odnosno na toj je slici obojena $\frac{1}{8}$ toga kvadrata.

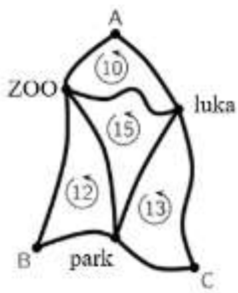
Pitanja za 4 boda:

9. Broj 5021972970 napisan je na komad papira. Jakov je dva puta prerezao taj papir i dobio tri broja. Koji je najmanji zbroj koji može dobiti zbrajanjem tih triju brojeva?
A) 3244 B) 3444 C) 5172 D) 5217 E) 5444

Rješenje: B

Kako je zadani broj deseteroznamenkast, najmanji zbroj dobije se ako se papir prereže tako da se dobije jedan četveroznamenkasti i dva troznamenkasta broja.
Moguća rezanja po broju znamenaka i tako dobiveni brojevi su:
3 – 3 – 4, čime se dobiju brojevi 502, 197 i 2970,
3 – 4 – 3, čime se dobiju brojevi 502, 1972 i 970,
4 – 3 – 3, čime se dobiju brojevi 5021, 972 i 970.
Najmanji četveroznamenkasti broj dobije se u drugom slučaju, pa je najmanji mogući zbroj 3444.

10. Karta prikazuje tri autobusna stajališta u točkama A, B i C. Tura od stanice A preko ZOO-a i luke te natrag do A duga je 10 km. Tura od stanice B preko parka i ZOO-a te natrag do B duga je 12 km. Tura od stanice C preko luke i parka te natrag do C duga je 13 km. Također, tura od ZOO-a preko parka i luke te natrag do ZOO-a duga je 15 km. Koliko je duga najkraća ruta od A preko B i C te natrag do A?
A) 18 km B) 20 km C) 25 km D) 35 km E) 50 km



Rješenje: B

Označimo stanice ZOO, park i luku redom sa Z, P i L. Najkraća ruta od A preko B i C te natrag do A ima duljinu $|AZ|+|ZB|+|BP|+|PC|+|CL|+|LA|$.

Duljine ruta možemo zapisati na način:

$|AZ|+|ZL|+|LA|=10$

$|BP|+|PZ|+|ZB|=12$

$|CL|+|LP|+|PC|=13$

$|ZL|+|LP|+|PZ|=15$

Zbrajanjem prvih triju jednakosti dobijemo:

$|AZ|+|ZL|+|LA|+|BP|+|PZ|+|ZB|+|CL|+|LP|+|PC|=35$

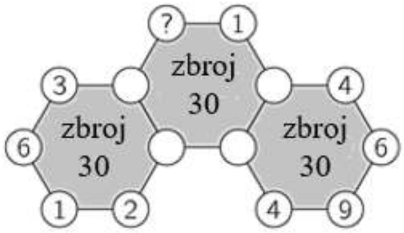
$|AZ|+|ZB|+|BP|+|PC|+|CL|+|LA|+\left(|ZL|+|LP|+|PZ|\right)=35$

$|AZ|+|ZB|+|BP|+|PC|+|CL|+|LA|+15=35$

$|AZ|+|ZB|+|BP|+|PC|+|CL|+|LA|=20$

11. Dijagram prikazuje tri šesterokuta s brojevima istaknutim u njihovim vrhovima, od kojih su neki nevidljivi. Zbroj šest brojeva oko svakog šesterokuta iznosi 30. Koji se broj nalazi u vrhu označenom upitnikom?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



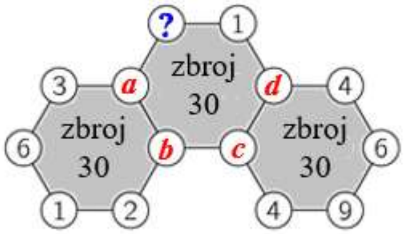
Rješenje: B

Označimo nevidljive brojeve s *a, b, c, d.*
Sada je:

$a+b+12=30$

$c+d+23=30$

$a+b+c+d+1+?=30$



Iz prve dvije jednakosti dobijemo vrijednost zbroja *a + b*, odnosno *c + d*.

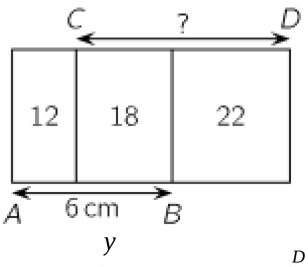
$a+b=18$

$c+d=7$

Sada vrijedi: $18+7+1+?=30,$ pa je ? = 4.

12. Pravokutnici jednakih visina postavljeni su kako je prikazano na slici. Brojevi unutar pravokutnika prikazuju njihovu površinu u kvadratnim centimetrima. Ako duljina stranice $\overline{AB}$ iznosi 6 cm, kolika je duljina stranice $\overline{CD}$?

A) 7 cm B) 7.5 cm C) 8 cm D) 8.2 cm E) 8.5 cm

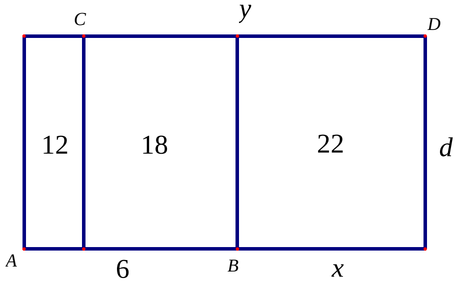


Rješenje: C

Označimo pravokutnik na način prikazan na slici. Sada vrijedi:

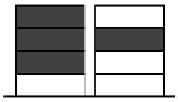
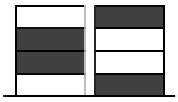
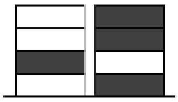
$6\cdot d=30 \;\Rightarrow\; d=5$

$5\cdot y=40 \;\Rightarrow\; y=8$



Duljina dužine $\overline{CD}$ je 8 cm.

13. Sanja je imala 4 bijela, a Maja 4 siva žetona. Igrale su igru u kojoj su naizmjence stavljale svoje žetone jedan na drugi kako bi dobile dvije hrpe. Sanja je igrala prva. Koji od navedenih parova hrpa nisu mogle dobiti?

A)  B)  C)  D)  E) 

Rješenje: E

S obzirom na to da igraju naizmjenice i stavljaju žetone u dvije hrpe, nisu mogle dobiti hrpe na slici E) jer nakon četiri postavljena žetona imamo ovakvu situaciju:

2. S	2. M
1. S	1. M

Sada igra Sanja pa je barem jedan od trećeg žetona na obje hrpe bijeli, što u slučaju E) nije istina.

Ostale hrpe mogle su dobiti na način:

A)

4. M	4. S
2. M	3. M
1. M	3. S
1. S	2. S

B)

4. M	4. S
2. M	3. M
2. S	3. S
1. S	1. M

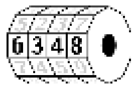
C)

4. S	4. M
3. M	3. S
2. M	2. S
1. S	1. M

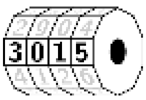
D)

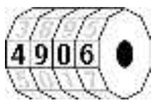
4. S	4. M
3. S	3. M
2. M	2. S
1. S	1. M

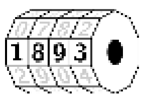
14. Moj mlađi brat ima četveroznamenkastu zaporku na lokotu za bicikl. Svaki kotačić sadrži brojeve od 0 do 9. Krenuo je okretati kotačiće od točne zaporke tako da je svaki od njih okrenuo isti broj puta u istome smjeru. Lokot sada pokazuje zaporku 6348. Koja od sljedećih kombinacija NE MOŽE biti zaporka bratovog lokota?



A) 

B) 

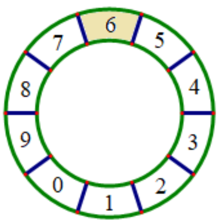
C) 

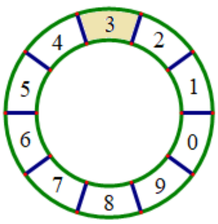
D) 

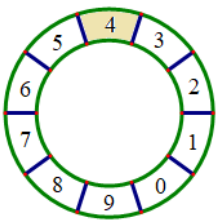
E) 

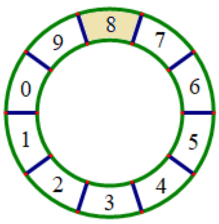
Rješenje: C

Označimo redom svaki od kotačića

1. 

2. 

3. 

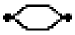
4. 

Lokot na slici C) nije moguće dobiti jer je 1. kotačić okrenut 2 puta (prema manjim vrijednostima) pa je dobiven broj 4, a istim se okretom na 2. kotačiću treba pojaviti broj 1, a ne 9, na 3. kotačiću broj 2, a ne 0 i na 4. kotačiću broj 6.
Lokot na slici A) moguće je dobiti jer je 1. kotačić okrenut 2 puta (prema većim vrijednostima) pa je dobiven broj 8, a istim se okretom na 2. kotačiću pojavi broj 5, na 3. kotačiću broj 6, a na 4. kotačiću broj 0.
Lokot na slici B) moguće je dobiti jer je 1. kotačić okrenut 3 puta (prema manjim vrijednostima) pa je dobiven broj 3, a istim se okretom na 2. kotačiću pojavi broj 0, na 3. kotačiću broj 1, a na 4. kotačiću broj 5.
Lokot na slici D) moguće je dobiti jer je 1. kotačić okrenut 5 puta (u bilo kojem smjeru) pa je dobiven broj 1, a istim se okretom na 2. kotačiću pojavi broj 8, na 3. kotačiću broj 9, a na 4. kotačiću broj 3.
Lokot na slici E) moguće je dobiti jer je 1. kotačić okrenut 4 puta (prema većim vrijednostima) pa je dobiven broj 0, a istim se okretom na 2. kotačiću pojavi broj 7, na 3. kotačiću broj 8, a na 4. kotačiću broj 2.

15. U kutiji s voćem bilo je 20 jabuka i 20 krušaka. Karlo je nasumično uzeo 20 komada voća iz kutije, a Luka je uzeo ostatak. Koja od sljedećih izjava uvijek vrijedi?
A) Karlo je uzeo barem jednu krušku.
B) Karlo ima jednak broj krušaka kao i jabuka.
C) Karlo je uzeo jednak broj jabuka kao Luka.
D) Karlo je uzeo jednak broj krušaka kao Luka jabuka.
E) Karlo je uzeo jednak broj krušaka kao Luka.

Rješenje: D

Broj jabuka u kutiji jednak je broju krušaka.
Jedna od mogućih podjela je da je Karlo uzeo sve jabuke, pa je tada Luka uzeo sve kruške. Dakle, Karlo ima 20 jabuka, a Luka 20 krušaka. Jasno je da u tom slučaju ne vrijede tvrdnje A), B), C) i E)
Ako Karlo želi uzeti i neku količinu krušaka, onda mora dati Luki onu količinu jabuka koliko želi krušaka. Dakle, u svakom slučaju tvrdnja D) vrijedi uvijek.

16. Između točaka X i Y postoji samo jedna željeznička pruga. Željeznička kompanija želi proširiti prugu s dva kolosijeka  kako bi se istovremeno mogla kretati dva vlaka, jedan iz točke X i jedan iz točke Y. Vlakovi se kreću konstantnom brzinom; jednome treba 180 min da dođe od X do Y, a drugome 60 min da dođe od Y do X. Gdje bi trebali sagraditi ta dva kolosijeka kako ne bi došlo do nesreće ako vlakovi kreću u istome trenutku iz svojih stanica?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Rješenje: B

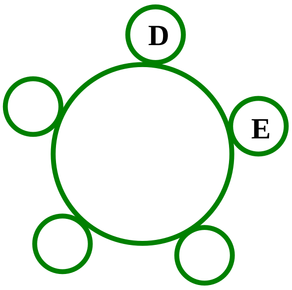
Označimo vlakove s XY i YX. Ukupan put od X do Y podijeljen je na 6 jednakih dionica. Vlaku XY treba 30 minuta za jednu dionicu, a vlaku YX 10 minuta za jednu dionicu.
U slučaju A) vlaku YX do proširenja treba 50 minuta, a vlak XY će za 50 minuta s proširenja prijeći u drugu dionicu i na tom će dijelu doći do sudara.
U slučaju C) vlaku XY do proširenja treba 60 minuta, a vlak YX će za 60 minuta s proširenja prijeći u jednu od prve dvije dionice i na tom će dijelu doći do sudara.
U slučaju D) vlaku XY do proširenja treba 90 minuta, a vlak YX će za manje od 90 minuta s proširenja prijeći u jednu od prve tri dionice i na tom će dijelu doći do sudara.
U slučaju E) vlaku XY do proširenja treba 120 minuta, a vlak YX će za manje od 120 minuta s proširenja prijeći u jednu od prve četiri dionice i na tom će dijelu doći do sudara.
Dakle, kolosijeke treba sagraditi na mjestu koje pokazuje slika B). Naime, vlaku YX do proširenja treba 40 minuta, a vlak XY će za 40 minuta prijeći prvu dionicu i biti na proširenju pa neće doći do sudara.

Pitanja za 5 bodova:

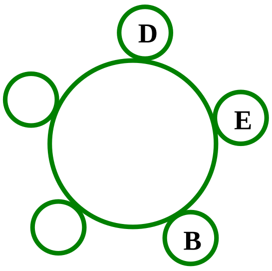
17. Ana, Branko, Cvijeta, Damir i Emil sjede za okruglim stolom. Ana nije pokraj Branka, Damir je pokraj Emila i Branko nije pokraj Damira. Kojih dvoje ljudi sjedi pokraj Cvijete?
A) Ana i Branko. B) Branko i Damir. C) Damir i Emil. D) Emil i Ana.
E) Ne može se točno odrediti.

Rješenje: A

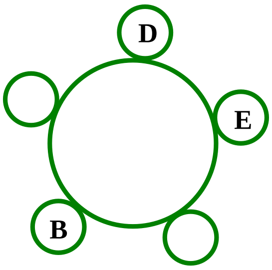
Označimo položaj za stolom gdje je Damir pokraj Emila. S obzirom na to da sjede za okruglim stolom svejedno je s koje je strane, zbog simetrije.



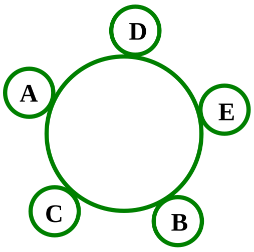
Kako Branko nije pokraj Damira, može sjesti na dva mjesta:



ili

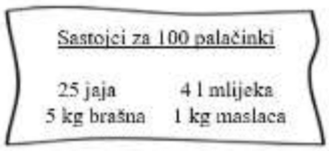


Kako Ana nije pokraj Branka, drugi slučaj nije moguć. Ana je pored Darka i konačan raspored sjedenja je:



Dakle, pored Cvijete sjede Ana i Branko.

18. Marin je od kuhara u kantini tražio recept za palačinke. Dobio je recept sa slike za 100 palačinki. Marin na raspolaganju ima 6 jaja, 400 g brašna, 0.5 litara mlijeka i 200 g maslaca. Koliko najviše palačinki može ispeći prema tome receptu?



A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

Rješenje: B

Kako za 100 palačinki treba 25 jaja, onda s 1 jajetom može napraviti 4 palačinke, a sa 6 jaja 24 palačinke.
Kako za 100 palačinki treba 5 kg = 5000 g brašna, onda sa 100 grama može napraviti 2 palačinke, a sa 400 g može napraviti 8 palačinki.
Kako za 100 palačinki treba 4 litre mlijeka, onda s 1 litrom može napraviti 25 palačinki, a s 0.5 litara najviše 12 palačinki.

Kako za 100 palačinki treba 1 kg = 1000 g maslaca, onda sa 100 grama može napraviti 10 palačinki, a s 200 g može napraviti 20 palačinki.

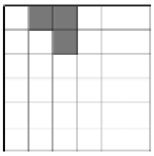
Sa sastojcima koje ima može napraviti najviše 8 palačinki prema danom receptu.

19. Jabuka i naranča imaju istu masu kao i kruška i breskva. Jabuka i kruška imaju manju masu od naranče i breskve, a kruška i naranča imaju manju masu od jabuke i breskve. Koja od navedenih voćaka ima najveću masu?
A) Jabuka B) Naranča C) Breskva D) Kruška E) Ne može se odrediti.

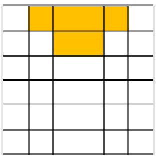
Rješenje: C

Označimo mase tih voćaka s J, N, K i B.
Sada vrijedi:
$J + N = K + B$
$J + K < N + B$
$K + N < J + B$
Zbrajanjem jednakosti $J + N = K + B$ i nejednakosti $J + K < N + B$ dobijemo:
$J + K + J + N < N + B + K + B$
$J + J < B + B$, odnosno $J < B$.
Zbrajanjem jednakosti $J + N = K + B$ i nejednakosti $K + N < J + B$ dobijemo:
$K + N + J + N < J + B + K + B$
$N + N < B + B$, odnosno $N < B$.
Kako je $J < B$ i $N < B$, vrijedi $J + N < B + B$. No, $J + N = K + B$, pa je $K + B < B + B$, odnosno $K < B$.
Dakle, breskva ima najveću masu.

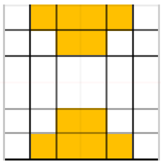
20. Koji je najmanji mogući broj kvadrata na slici koje moramo osjenčati kako bismo dobili lik s četiri osi simetrije?
A) 1 B) 9 C) 12 D) 13 E) 21



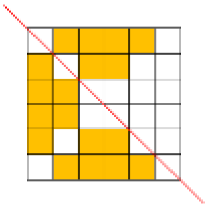
Rješenje: E
Označimo prvu os simetrije i osjenčajmo najmanji mogući broj kvadrata kako bismo dobili osnosimetrični lik.



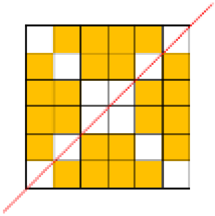
Označimo drugu os simetrije i osjenčajmo najmanji mogući broj kvadrata kako bismo dobili osnosimetrični lik.



Označimo treću os simetrije i osjenčajmo najmanji mogući broj kvadrata kako bismo dobili osnosimetrični lik.

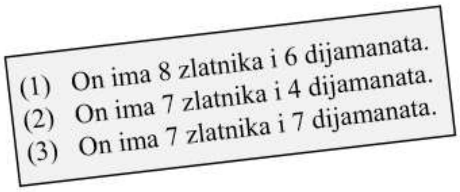


Označimo četvrtu os simetrije i osjenčajmo najmanji mogući broj kvadrata kako bismo dobili osnosimetrični lik.



Najmanje treba osjenčati 4 · 6 – 3 = 21 kvadrata.

21. Tri gusara upitana su koliko novčića i koliko dijamanata ima njihov prijatelj Sivobradi. Svaki od njih trojice odgovorio je na jedno pitanje istinito, a na drugo lažno. Njihovi odgovori zapisani su na komad papira na slici. Koji je ukupan broj zlatnika i dijamanata koje ima Sivobradi?



A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Rješenje: C

1. način

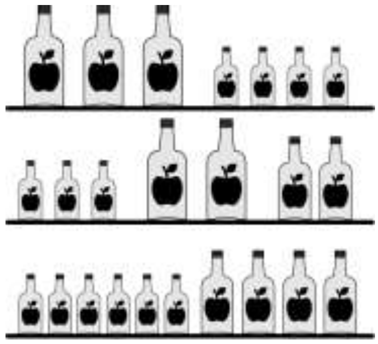
Kako su 1. izjave drugog i trećeg gusara jednake, pretpostavimo da su lažne, tj. da Sivobradi nema 7 zlatnika. To bi značilo da su njihove druge izjave istinite, što je nemoguće jer je naveden različit broj dijamanata. Zato Sivobradi ima 7 zlatnika. Sada je 1. izjava prvog gusara lažna, što znači da je njegova 2. izjava istinita, tj. Sivobradi ima 6 dijamanata. Konačno, ukupno ima 13 zlatnika i dijamanata.

2. način

1. gusar		2. gusar		3. gusar	
istina	laž	istina	laž	istina	laž
8 zlatnika	6 dijamanata	7 zlatnika	4 dijamanta	7 zlatnika	7 dijamanata
8 zlatnika	6 dijamanata	7 zlatnika	4 dijamanta	7 dijamanata	7 zlatnika
8 zlatnika	6 dijamanata	4 dijamanta	7 zlatnika	7 zlatnika	7 dijamanata
8 zlatnika	6 dijamanata	4 dijamanta	7 zlatnika	7 dijamanata	7 zlatnika
6 dijamanata	8 zlatnika	**7 zlatnika**	4 dijamanta	**7 zlatnika**	7 dijamanata
6 dijamanata	8 zlatnika	7 zlatnika	4 dijamanta	7 dijamanata	7 zlatnika
6 dijamanata	8 zlatnika	4 dijamanta	7 zlatnika	7 zlatnika	7 dijamanata
6 dijamanata	8 zlatnika	4 dijamanta	7 zlatnika	7 dijamanata	7 zlatnika

Jedina mogućnost je da Sivobradi ima 6 dijamanata i 7 zlatnika.
Ukupno ima 13 zlatnika i dijamanata.

22. Na svakoj od polica sa slike nalaze se 64 decilitra soka od jabuke. Boce su različite veličine: mala, srednja i velika. Koliko se decilitara soka od jabuke nalazi u srednjoj boci?



A) 3 B) 6 C) 8 D) 10 E) 14

Rješenje: D

Označimo volumene tih boca s *m, s, v*.
Kako na svakoj polici ima 64 dl soka od jabuke, onda vrijedi:

$3v + 4m = 64$

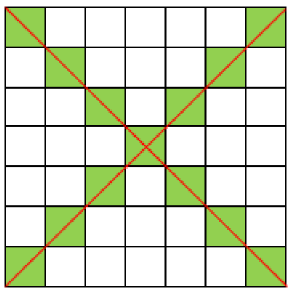
$3m + 2v + 2s = 64$

$6m + 4s = 64.$

Iz zadnje jednadžbe dobijemo $3m + 2s = 32$, potom iz druge $32 + 2v = 64$. Zato je $2v = 32 \Rightarrow v = 16$.
Iz prve jednadžbe dobijemo $48 + 4m = 64 \Rightarrow 4m = 16 \Rightarrow m = 4$.
Konačno, iz druge jednadžbe dobijemo *s:*
$12 + 32 + 2s = 64 \Rightarrow 2s = 20 \Rightarrow s = 10.$
U srednjoj boci ima 10 dl soka.

23. Velika kocka ima brid duljine 7 cm. Na svakoj od 6 strana nacrtane su dvije crvene dijagonale. Velika se kocka nakon toga rastavlja na kockice čiji su bridovi dugački 1 cm. Koliko će tih kockica imati nacrtano barem jednu crvenu liniju?
A) 54 B) 62 C) 70 D) 78 E) 86

Rješenje: B



Crvenu će liniju imati one kockice čije su strane kvadratići na stranama velike kocke. Broj tih kvadratića ujedno će biti broj tih kockica. S obzirom na to da su strane kocke kvadrati, za svaku dijagonalu postoji 7 kvadratića kojima ta dijagonala prolazi. Broj takvih kvadratića na jednoj je strani kocke 7 + 7 – 1 = 13 jer jednim kvadratićem prolaze obje dijagonale. Na gornjoj i donjoj strani kocke takvih je kvadratića 2 · 13 = 26. Za prednju i stražnju stranu te za obje bočne treba oduzeti po 4 kvadratića jer su oni strane kockica koje smo već brojili preko gornje i donje strane kocke. Dakle, na svakoj od tih 4 strana kocke ima 13 – 4 = 9 traženih kvadratića pa ih je ukupno 4 · 9 = 36.
Konačno, broj svih kockica koje imaju barem jednu crvenu crtu je 26 + 36 = 62.

24. Na 10 žetona napisano je 10 različitih brojeva, od 1 do 10. Žetoni su podijeljeni grupi od 10 vilenjaka i trolova, svakome po jedan žeton. Svaki od njih upitan je koji se broj nalazi na njegovom žetonu i svaki od njih rekao je broj od 1 do 10. Zbroj svih odgovora iznosio je 36. Svaki je od trolova lagao, a svaki od vilenjaka rekao je istinu. Koji je najmanji broj trolova koji se mogu nalaziti u toj grupi?
A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

Rješenje: B

Kada bi svi govorili istinu, ukupan zbroj bio bi 1 + 2 + 3 + … + 10 = 5 · (1 + 10) = 5 · 11 = 55.

Da je u grupi bio samo jedan trol, tada bi bilo 9 vilenjaka koji su govorili istinu, a zbroj bodova na vilenjačkim žetonima bio bi u rasponu od 55 – 10 = 45 do 55 – 1 = 54. Koji god broj da kaže trol, ukupan zbroj bio bi veći od 45, što je nemoguće jer je zbroj 36. Sljedeći od ponuđenih zbrojeva je 3. Provjerimo je li moguće da su u grupi tri trola. To se može dogoditi. Na primjer, da su trolovi na žetonima imali brojeve 10, 9 i 3, te da su rekli da imaju brojeve 1, tada bi zbroj na vilenjačkim žetonima bio 55 – 10 – 9 – 3 = 33, a ukupan bi zbroj bio 33 + 1 + 1 + 1 = 36. Dakle, najmanji mogući broj trolova je 3.

Rezultati natjecanja najbolje plasiranih učenika bit će objavljeni 12. srpnja 2021. godine na mrežnoj stranici HMD-a.
Primjedbe učenika na plasman primaju se isključivo elektronskim putem na e-mail klokan@math.hr do 19. srpnja 2021. u 23:59.
Nagrade najboljim učenicima dodjeljivat će se u prvom tjednu nastave nove školske godine 2021./2022.
Obavijesti se mogu dobiti na mrežnim stranicama HMD-a – **http://www.matematika.hr/klokan/2021/.**