



MATEMATIČKI KLOKAN

6 100 000 sudionika u 87 država Europe, Amerike, Afrike,
Australije i Azije
Četvrtak, 10. lipnja 2021. – trajanje 75 minuta
Natjecanje za Student (IV. razred SŠ)

S

- * Natjecanje je pojedinačno. **Računala nisu dopuštena.** Svaki sudionik u natjecanju dobiva simboličan dar, a deset posto najboljih nagradu.
- * **Svaki zadatak ima pet ponuđenih odgovora od kojih je samo jedan točan.**
- * U prva četiri zadatka točno rješenje zadatka donosi 3 boda, u druga četiri 4 boda, a u treća četiri 5 bodova.
- * Ako u zadatku nije odabran odgovor ili su zacrnjena dva ili više odgovora istoga zadatka, dobiva se 0 bodova.
- * Za netočan odgovor ne dobivaju se bodovi, nego se oduzima četvrtina bodova predviđenih za taj zadatak.

Pitanja za 3 boda:

1. Koliko je cijelih brojeva u intervalu $(20 - \sqrt{21}, 20 + \sqrt{21})$?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

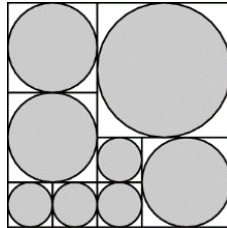
2. Kocka brida duljine 1 prerezana je u dva sukladna kvadra. Koliko je oplošje jednoga od tih kvadara?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Ako je $x = \frac{\pi}{4}$ koji je od danih brojeva najveći?

- A) x^4 B) x^2 C) x D) \sqrt{x} E) $\sqrt[4]{x}$

4. Veliki kvadrat podijeljen je na manje kvadrate, kao na slici. Unutar svakoga od manjih kvadrata upisan je krug. Koji je dio površine velikoga kvadrata osjenčan?



- A) $\frac{8\pi}{9}$ B) $\frac{13\pi}{16}$ C) $\frac{3}{\pi}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{\pi}{4}$

5. Pravokutan list papira ima dužinu x i širinu y , gdje je $x > y$. Od tog lista papira možemo formirati valjak na dva različita načina. Koliki je omjer volumena višeg valjka i volumena nižeg valjka?

- A) $y^2 : x^2$ B) $y : x$ C) $1 : 1$ D) $x : y$ E) $x^2 : y^2$

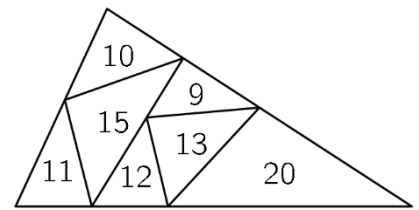
6. Koliko je troznamenkastih brojeva sastavljenih od znamenaka 1, 3 i 5 djeljivo brojem 3? Ista se znamenka može koristiti više puta.

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 18 E) 27

7. Kolika je površina trokuta kojem su vrhovi u točkama s koordinatama (p, q) , $(3p, q)$, $(2p, 3q)$, gdje je $p > 0$, $q > 0$?

- A) $\frac{pq}{2}$ B) pq C) $2pq$ D) $3pq$ E) $4pq$

8. Veliki trokut podijeljen je na manje trokute kao što je prikazano na slici. Broj unutar svakog malog trokuta predstavlja njegov opseg. Koliki je opseg velikoga trokuta?



- A) 31 B) 34 C) 41 D) 62
E) Ništa od navedenog.

Pitanja za 4 boda:

9. Koliki je dio djelitelja broja $7!$ neparan?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

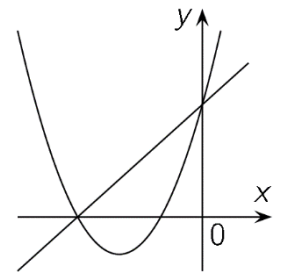
10. Neka je $A = \langle 0,1 \rangle \cup \langle 2,3 \rangle$ i $B = \langle 1,2 \rangle \cup \langle 3,4 \rangle$. Čemu je jednak skup svih brojeva $a + b$, gdje je a element skupa A , a b element skupa B ?

- A) $\langle 1,7 \rangle$ B) $\langle 1,5 \rangle \cup \langle 5,7 \rangle$ C) $\langle 1,3 \rangle \cup \langle 3,7 \rangle$ D) $\langle 1,3 \rangle \cup \langle 3,5 \rangle \cup \langle 5,7 \rangle$ E) Ništa od navedenog.

11. Zapišemo li znamenke troznamenkastog broja obrnutim redoslijedom, dobit ćemo troznamenkast broj koji je za 99 veći od početnog. Koliko troznamenkastih brojeva ima ovo svojstvo?

- A) 8 B) 64 C) 72 D) 80 E) 81

12. Parabola na slici ima jednadžbu oblika $y = ax^2 + bx + c$ za neke različite realne brojeve a , b i c . Koja bi od danih jednadžbi mogla biti jednadžba pravca na slici?



- A) $y = bx + c$ B) $y = cx + b$ C) $y = ax + b$ D) $y = ax + c$ E) $y = cx + a$

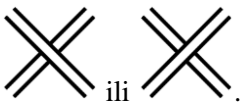
13. U 5×5 kvadratu na slici upisani su svi prirodni brojevi od 1 do 25, no neki od brojeva nisu prikazani. Zbroj brojeva u svakome retku i u svakom stupcu jednak je. Koji se broj nalazi u ćeliji označenoj upitnikom?

	16		22	
20		21		2
	25		1	
24		5		6
	4		?	

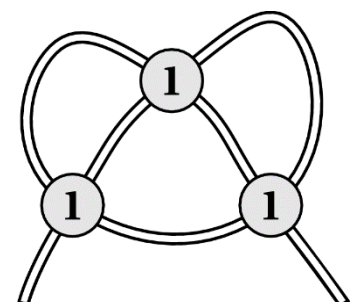
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 18 E) 23

14. Konop je položen na stol i djelomično prekriven kovanicama, kao na slici:

Jednako su vjerojatna oba moguća položaja konopa na tim mjestima:

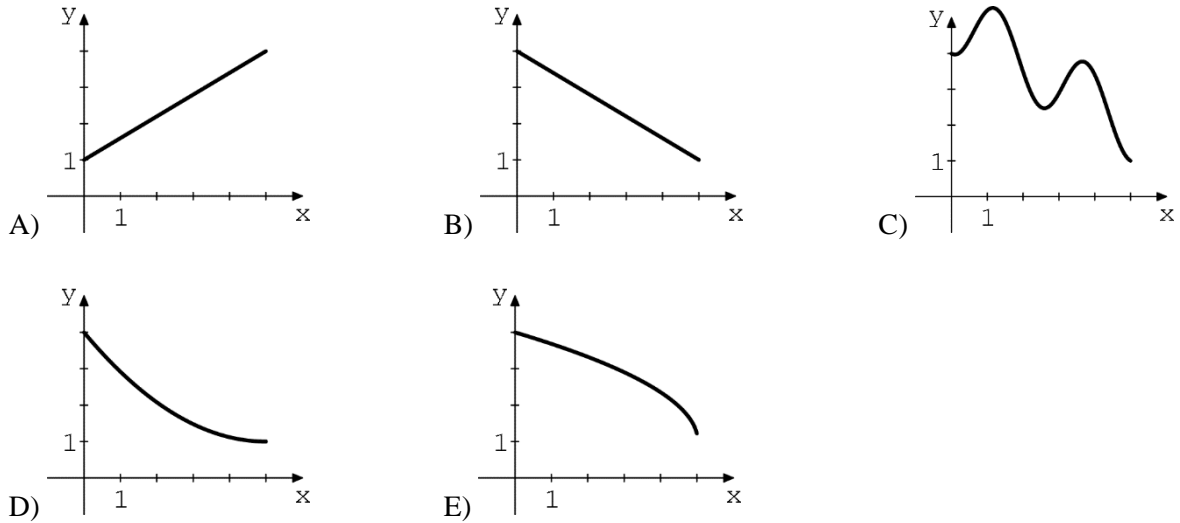
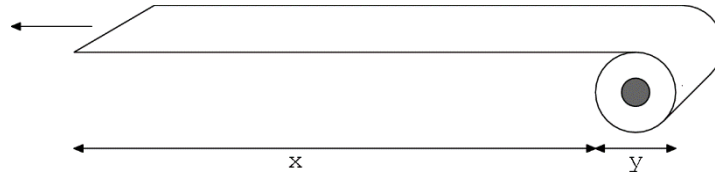


Kolika je vjerojatnost da će se konop zavezati u čvor kada povučemo njegove krajeve?

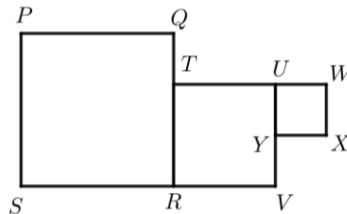


- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{8}$

15. Nestašni psić zgrabi kraj role toaletnog papira i odšee konstantnom brzinom. Koja od funkcija danih grafovima najbolje opisuje ovisnost debljine role papira, y , o duljini odmotanog dijela, x ?



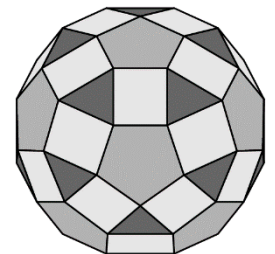
16. Na slici su, jedan uz drugi, smještene tri kvadrata: $PQRS$, $TUVR$ i $UWXY$. Točke P , T i X su kolinearne. Površina kvadrata $PQRS$ iznosi 36, a površina kvadrata $TUVR$ iznosi 16. Kolika je površina trokuta PXV ?



- A) $14\frac{2}{3}$ B) $15\frac{1}{3}$ C) 16 D) $17\frac{2}{3}$ E) 18

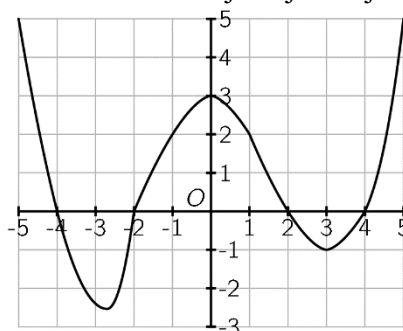
Pitanja za 5 bodova:

17. Dvanaest strana tijela prikazanog na slici pravilni su peterokuti. Ostale su strane ili kvadrati ili jednakostranični trokuti. Ivo je napisao broj 1 na svaki trokut, broj 5 na svaki peterokut i broj -1 na svaki kvadrat. Koliki je zbroj svih napisanih brojeva?



- A) 20 B) 50 C) 60 D) 80 E) 120

18. Na slici je graf funkcije $f: [-5,5] \rightarrow \mathbb{R}$. Koliko različitih rješenja ima jednačina $f(f(x)) = 0$?



- A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

19. Na ploči su zapisani brojevi 1, 2, 7, 9, 10, 15 i 19. Dva igrača naizmjenice brišu po jedan broj sve dok na ploči ne ostane samo jedan broj. Zbroj brojeva koje je jedan od igrača obrisao dvostruko je veći od zbroja brojeva koje je drugi igrač izbrisao. Koji je broj ostao zapisan na ploči?

- A) 7 B) 9 C) 10 D) 15 E) 19

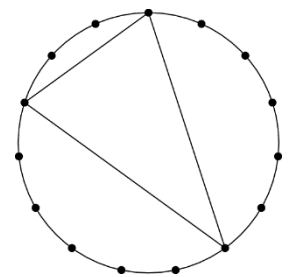
20. Za funkciju f vrijedi $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ te je $f(1) = 2$. Odredi vrijednost izraza $\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \dots + \frac{f(2021)}{f(2020)}$.

- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 2020 E) Ništa od navedenog.

21. Svako od četiri kućanstva A, B, C i D ima jednog ljubimca. Ljubimci su pas, mačka, miš i zec. Točno jedna od sljedećih izjava je točna: – Ljubimac u kućanstvu A nije zec. – Ljubimac u kućanstvu B nije mačka. – Ljubimac u kućanstvu C nije zec. – Ljubimac u kućanstvu D nije pas. – Ljubimac u kućanstvu A nije miš. Koji ljubimac živi u kućanstvu A?

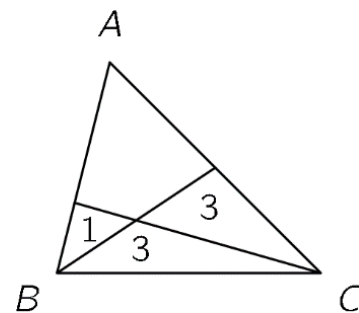
- A) pas B) mačka C) miš D) zec E) Ne možemo sa sigurnošću znati.

22. Na kružnici je 15 točaka koje dijele kružnicu na 15 sukladnih lukova. Bilo koje tri od tih točaka tvore trokut. Koliko se različitih trokuta može nacrtati (istima smatramo sukladne trokute)?



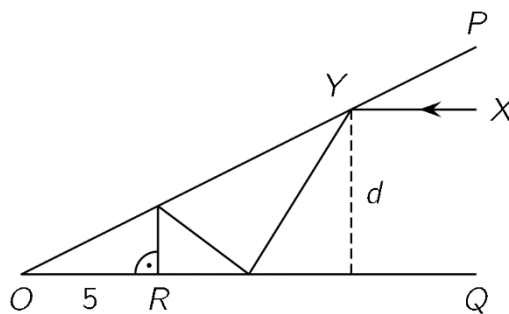
- A) 19 B) 91 C) 46 D) 455 E) 23

23. Trokut ABC podijeljen je dvjema dužinama na četiri dijela, kao na slici. Površine manjih trokuta su 1, 3 i 3. Kolika je površina početnog trokuta?



- A) 12 B) 12.5 C) 13 D) 13.5 E) 14

24. Dva su ravna zrcala OP i OQ postavljena pod šiljastim kutom. Zraka svjetlosti XY paralelna s OQ , na udaljenosti d cm od njega, upada na zrcalo OP u točki Y , kao na slici. Zraka se odbije pa upada na zrcalo OQ , opet se odbije do zrcala OP , pa se i treći put odbije i upada na zrcalo OQ pod pravim kutom, u točki R . Udaljenost $|OR|$ je 5 cm. Kolika je udaljenost d ?



- A) 4 B) 4.5 C) 5 D) 5.5 E) 6