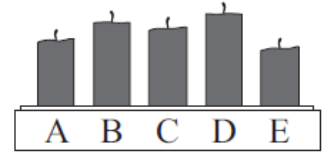


Pitanja za 3 boda:

1. [Francuska] Katja je istodobno upalila 5 jednakih svijeća. Svijeće su prestale gorjeti u različito vrijeme pa sada izgledaju kao na slici desno. Koja je svijeća prva prestala gorjeti?



- A) A B) B C) C D) D E) E

Rješenje

D

2. [Danska] Upitnici na žetonima skrivaju jednake brojeve. Koji su to brojevi ako je zbroj brojeva na svim žetonima jednak 51?

$$\text{20} + \text{10} + \text{10} + \text{?} + \text{?} + \text{1} = 51$$

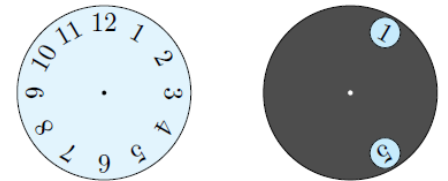
- A) 1 B) 2 C) 5 D) 10 E) 20

Rješenje

C

$$(51 - 20 - 10 - 10 - 1) : 2 = 10 : 2 = 5$$

3. [Danska] Tamnosivi krug s dvjema kružnim rupama postavljen je preko prednje strane zidne ure, kao što je prikazano na slici. Zatim je krug zakrenut oko svoga središta. Koja je dva broja moguće vidjeti u isto vrijeme?



- A) 4 i 9 B) 5 i 9 C) 5 i 10 D) 6 i 9 E) 7 i 12

Rješenje

B

Tamnosivi krug pokazuje sate čija je razlika 4, a to je jedino u slučaju 5 i 9.

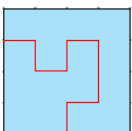
4. [Danska] Alisa ima četiri dijela prikazana na slici. Koja dva dijela od njih četiriju mora složiti zajedno da bi dobila kvadrat prikazan na slici?



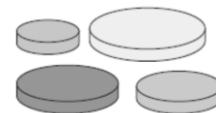
- A) 1 i 2 B) 1 i 3 C) 1 i 4 D) 2 i 3 E) 2 i 4

Rješenje

C




5. [Slovenija] Amadea ima 4 pločice kružnih oblika različitih veličina. Želi izgraditi tornjeve sastavljene od triju pločica tako da svaka gornja pločica bude manja od pločice ispod nje. Koliko različitih tornjeva može izgraditi Amadea?





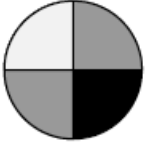


- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

Rješenje

C
 Neka su pločice označene brojevima od 1 do 4, počevši od najmanje (najmanja pločica – 1, najveća pločica – 4).
 Mogućnosti slaganja pločica su: 1 – 2 – 3, 1 – 2 – 4, 1 – 3 – 4 i 2 – 3 – 4. Dakle, ima ih 4.

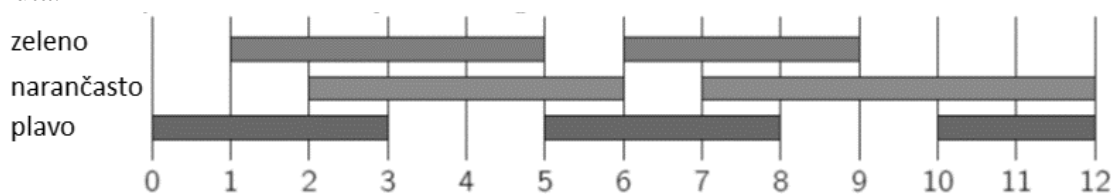
6. [Njemačka] Danijel je zalijepio dva komada papira  na crni krug (slika desno). Bilo koji komad mogao je bez rezanja zalijepiti preko drugoga tako da ga djelomično ili u potpunosti prekrije. Što nije mogao dobiti lijepljenjem?

- A)  B)  C)  D)  E) 

Rješenje

E
 Sliku A Danijel može dobiti lijepljenjem sivoga polukruga na crni krug i zatim bijeloga dijela preko sivog.
 Sliku B Danijel može dobiti lijepljenjem bijeloga dijela na crni krug i zatim sivoga polukruga preko bijeloga dijela i crnoga kruga.
 Sliku C Danijel može dobiti lijepljenjem sivoga polukruga i bijeloga dijela na crni krug.
 Sliku D Danijel može dobiti lijepljenjem sivoga polukruga na crni krug i zatim bijeloga dijela preko sivog polukruga i crnoga kruga.
 Sliku E Danijel ne može dobiti jer bi morao razrezati sivi dio na dva dijela.

7. [Slovačka] Majstor rasvjete u kazalištu uključio je svjetla u boji prema sljedećem rasporedu za period od 12 minuta:



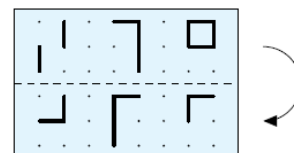
U prvoj minuti toga perioda upaljeno je samo plavo svjetlo. U posljednje dvije minute upaljeno je narančasto i plavo svjetlo. Koliko su ukupno minuta u tome periodu upaljena točno dva svjetla istodobno?

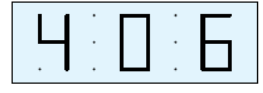
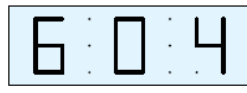
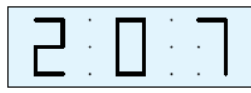
- A) 2 minute B) 6 minuta C) 8 minuta D) 9 minuta E) 10 minuta

Rješenje

C
 Točno dva svjetla upaljena su u sljedećim kombinacijama: zeleno i plavo u 2. i 7. minuti, zeleno i narančasto u 4., 5. i 9. minuti, narančasto i plavo u 6., 11. i 12. minuti. Točno dva svjetla upaljena su ukupno 2 + 3 + 3 = 8 minuta.

8. [Danska] Kristijan je presavinuo prozirni papir uzduž isprekidane linije, kao na slici. Što je mogao tada vidjeti?





A)

B)

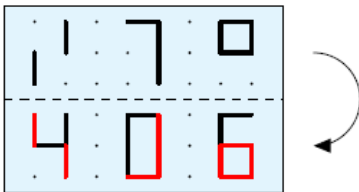
C)

D)

E)

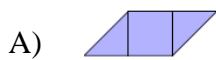
Rješenje

E



Pitanja za 4 boda:

9. [Grčka] Lik s desne strane prekriven je s 5 donjih dijelova. Koji je dio prekrio crni kružić?



B)



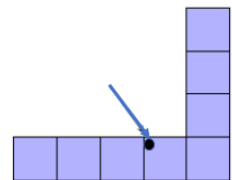
C)



D)

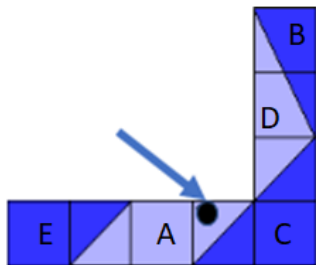


E)



Rješenje

A



10. [Rusija] Ružica ima 6 utega mase 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, 5 kg i 6 kg. Pet od njih rasporedila je na dvije strane vage i na taj način postigla ravnotežu. Jedan je uteg ostao izvan vage. Koji?



A) 1 kg

B) 2 kg

C) 3 kg

D) 4 kg

E) 5 kg

Rješenje

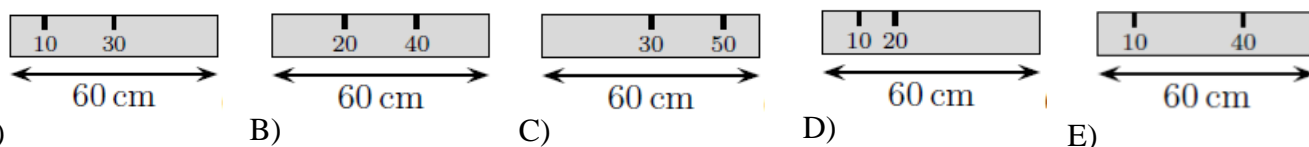
A

Ukupan zbroj masa svih utega je $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ kg. Kako bi vaga bila u ravnoteži, na obje strane vage moraju biti jednake mase, a to je moguće ako je zbroj masa svih utega na vagi paran broj.

Slijede 3 mogućnosti:

1. Utég izvan vage ima masu 1 kg, a na obje strane vage je po $(21 - 1) : 2 = 10$ kg. Na desnoj bi strani tada bili utezi od 6 kg i 4 kg, a na lijevoj od 5 kg, 2 kg i 3 kg.
2. Utég izvan vage ima masu 3 kg, a na obje strane vage je po $(21 - 3) : 2 = 9$ kg. Na desnoj bi strani tada trebali biti utezi od 6 kg i 3 kg, što je nemoguće jer je utég od 3 kg izvan vage.
3. Utég izvan vage ima masu 5 kg. No, utég od 5 kg već je na vagi pa ova situacija nije moguća.

11. [Grčka] Ante ima ravnalo duljine 60 cm. Nažalost, neke su oznake na ravnalu izblijedile. Samo jednim mjerenjem Ante može pomoću njega izmjeriti duljine od 10 cm, 20 cm, 30 cm, 40 cm, 50 cm i 60 cm. Koje je ravnalo Antino?



Rješenje

E

Na ravnalu E već su označene duljine od 10 cm i 40 cm.

Duljinu od 20 cm može izmjeriti koristeći dio od oznake 40 do kraja (to je duljina $60 \text{ cm} - 40 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$).

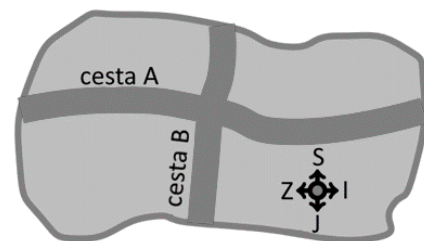
Duljinu od 30 cm može izmjeriti koristeći dio između oznaka 10 i 40 (to je duljina $40 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$).

Duljinu od 50 cm može izmjeriti koristeći dio od oznake 10 do kraja (to je duljina $60 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$).

Duljinu od 60 cm može izmjeriti koristeći se cijelim ravnalom.

12. [Grčka] Sjeverno od ceste A nalazi se 7 kuća, istočno od ceste B nalazi se 8 kuća, a 5 je kuća južno od ceste A. Koliko se kuća nalazi zapadno od ceste B?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8



Rješenje

A

Kako se sjeverno od ceste A nalazi 7, a južno od nje 5 kuća, u cijelom se području nalazi ukupno 12 kuća.

Kako se istočno od ceste B nalazi 8 kuća, onda je zapadno od nje ostatak kuća, odnosno $12 - 8 = 4$ kuće.

13. [Norveška] U redu za ukrcavanje na trajekt nalazi se 8 automobila. U svakom su automobilu dvije ili tri osobe. Ukupno 19 osoba čeka ukrcavanje na trajekt. U koliko se automobila nalaze točno dvije osobe?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Rješenje

D

1. način

Kada bi u svakom automobilu bile 2 osobe, to bi bilo ukupno $8 \cdot 2 = 16$ osoba.

Preostale 3 osobe trebalo bi smjestiti u neka 3 automobila.

Zbog toga bi 3 automobila bila s 3 osobe i **5 automobila s točno 2 osobe.**

2. način

Broj 19 nije djeljiv niti s 2 niti s 3 pa postoji barem jedan automobil s dvije osobe i barem jedan automobil s 3 osobe.

Ako postoji točno jedan automobil s tri osobe, onda je $(19 - 3) : 2 = 8$ automobila s dvjema osobama. Kako je ukupno 8 automobila, ovaj je slučaj nemoguć.

Ako postoje točno dva automobila s tri osobe, onda preostali broj osoba $19 - 6 = 13$ nije moguće rasporediti u automobile tako da bi u svakom automobilu bile točno dvije osobe.

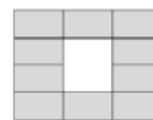
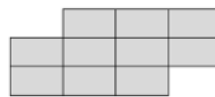
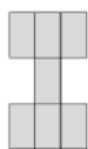
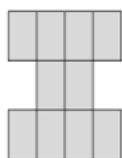
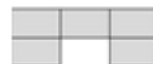
Ako postoje točno tri automobila s tri osobe, onda je $(19 - 9) : 2 = 5$ automobila s dvjema osobama. Tada je ukupan broj automobila $5 + 3 = 8$, što odgovara uvjetima zadatka.

Ako postoje točno četiri automobila s tri osobe, onda preostali broj osoba $19 - 12 = 7$ nije moguće rasporediti u automobile tako da bi u svakom automobilu bile točno dvije osobe.

Ako postoji točno pet automobila s tri osobe, onda je $(19 - 15) : 2 = 2$ automobila s dvjema osobama. Kako je ukupno 8 automobila, ovaj je slučaj nemoguć.

Ako postoji točno šest automobila s tri osobe, onda preostali broj osoba $19 - 18 = 1$ nije moguće rasporediti u automobile tako da bi u svakom automobilu bile točno dvije osobe.

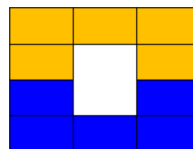
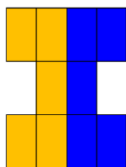
14. [Hrvatska] Pet jednakih pravokutnika složeno je u osnovni oblik kao na slici desno. Koliko se od sljedećih 5 likova može složiti pomoću dvaju osnovnih oblika bez preklapanja?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

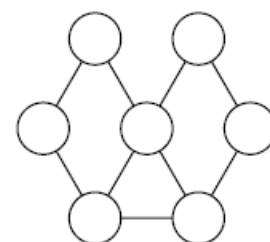
Rješenje

C



15. [Mađarska] Hana želi obojiti krugove na slici. Bilo koja dva kruga povezana istom linijom želi obojiti različitim bojama. Koliko joj je najmanje boja potrebno?

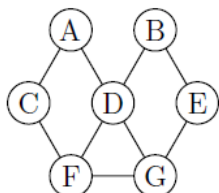
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



Rješenje

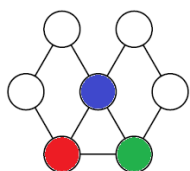
B

Označimo krugove slovima kao na slici.



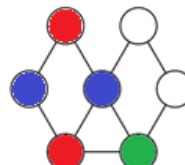
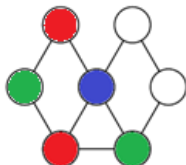
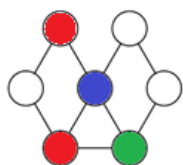
Između svih krugova, krug s oznakom D ima najviše veza s ostalim krugovima. Da bismo dobili točan odgovor, moramo krenuti od njega.

Ako obojimo krug D plavom bojom, za krugove F i G možemo redom koristiti crvenu i zelenu boju.

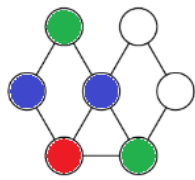
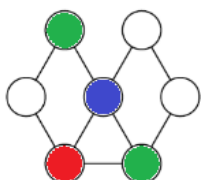


Za krug A možemo birati crvenu ili zelenu boju.

Ako izaberemo crvenu, onda za krug C možemo uzeti zelenu ili plavu.



Ako izaberemo zelenu, onda za krug C moramo uzeti plavu jer je krug F crveni i povezan s krugom C.



Za krug B možemo birati crvenu ili zelenu boju.

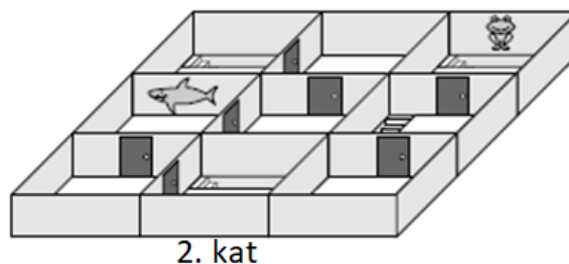
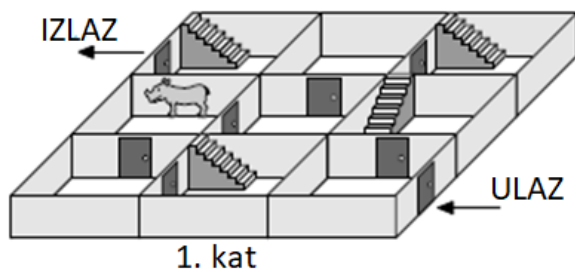
Ako izaberemo zelenu, onda za krug E možemo uzeti crvenu ili plavu.

Ako izaberemo crvenu, onda za krug E moramo uzeti plavu jer je krug G zeleni i povezan s krugom E.

Dakle, najmanji broj boja koji nam je potreban je 3: crvena, plava i zelena.

Napomena: bojenje se može napraviti s bilo koje 3 različite boje.

16. [Belgija] Borna prolazi labirintom koji je na dva kata, a ulaz i izlaz na prvome su katu. U kojem će redoslijedu naići na zidne naljepnice?



A)



B)



C)



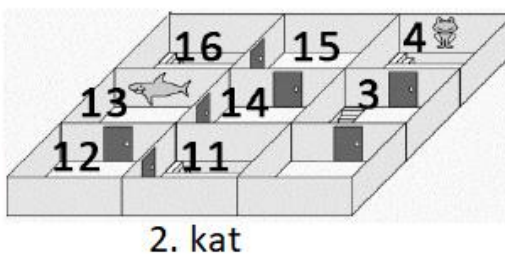
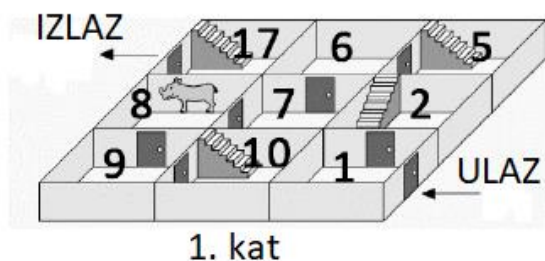
D)



E)

Rješenje

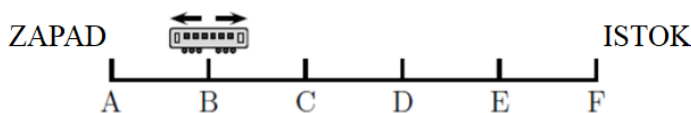
A



Borna treba ići od ulaza prema izlazu slijedeći brojeve u prostorijama.

Pitanja za 5 bodova:

17. [Grčka] Tramvajska linija ima 6 stajališta: A, B, C, D, E i F. Tramvaj stoji na svakom stajalištu. Kad tramvaj dođe do jednog od zadnjih stajališta, A ili F, mijenja svoj smjer. Vozač tramvaja započeo je vožnju na stajalištu B pa je njegovo prvo stajalište bilo stajalište C. Koje je bilo 96. stajalište na kojemu se zaustavio?



A) A

B) B

C) C

D) D

E) E

Rješenje

D

1. način

Tramvaj će se vožnjom u oba smjera (istok – zapad – istok) zaustaviti ukupno 10 puta. Takvih dvosmjernih vožnji u 96 zaustavljanja ima 9, odnosno ukupno $9 \cdot 10 = 90$ zaustavljanja.

Prema tome, treba vidjeti za preostalih $96 - 90 = 6$ zaustavljanja. To su zaustavljanja na stajalištima C, D, E, F, E i D.

Dakle, 96. stajalište je stajalište D.

2. način

Vozač tramvaja stat će redom na stajalištima: C, D, E, F, E, D, C, B, A, B pa opet ispočetka.

6. stajalište je stajalište D, 16. stajalište je stajalište D, ..., 96. stajalište je stajalište D.

18. [Grčka] Šest dabrova i dva klokana označeni brojevima stoje u redu. Među bilo koje tri životinje označene uzastopnim brojevima točno jedan je klokan. Kojim je od ponuđenih brojeva označen klokan?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Rješenje

C

Ako je broj 1 klokan, onda su 2 i 3 dabrovi, 4 klokan, 5 i 6 su dabrovi, a 7 je klokan. To je nemoguće jer su samo dva klokana u redu.

Ako je broj 2 klokan, onda su 3 i 4 dabrovi, 5 klokan, 6 i 7 su dabrovi, a 8 je klokan. To je nemoguće jer su samo dva klokana u redu.

Ako je broj 3 klokan, onda su 4 i 5 dabrovi, 6 klokan, 7 i 8 su dabrovi. To je moguće jer su samo dva klokana u redu, a ostali su dabrovi.

Ako je broj 4 klokan, onda su 2, 3 dabrovi i 1 klokan pa je to isto kao prvi slučaj.

Na isti se način može isključiti slučaj da je broj 5 klokan.

Klokani su označeni brojevima 3 i 6 – to je jedina mogućnost uz zadane uvjete.

Prema tome, od ponuđenih brojeva klokan je označen brojem 3.

19. [Mađarska] Hermiona, Harry i Ron u zajedničku sobu uvijek ulaze jedan po jedan. Hermiona nikad ne ulazi prva, Harry nikad ne ulazi drugi, a Ron nikada ne ulazi treći po redu. Na koliko različitih načina njih troje može ući u zajedničku sobu?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Rješenje

B

Ako je Hermiona druga, Harry je treći, a Ron prvi.

Ako je Hermiona treća, Harry je prvi, a Ron drugi.

Ostalih mogućnosti nema.

20. [Rusija] Na zidu se nalazi pet ura.

Jedna od njih kasni 1 sat,

jedna "žuri" jedan sat,

jedna pokazuje točno vrijeme,

a dvije su stale.

Koja ura pokazuje točno vrijeme?



A



B



C



D



E

- A) A B) B C) C D) D E) E

Rješenje

D

1. način

Kad bi ura A pokazivala točno vrijeme, onda bi dvije od preostalih ura trebale pokazivati 5 odnosno 7 sati. No, nema takvih dviju ura, pa ura A ne prikazuje točno vrijeme.

Kad bi ura B pokazivala točno vrijeme, onda bi dvije od preostalih ura trebale pokazivati 1 odnosno 3 sata. No, nema takvih dviju ura, pa ura B ne prikazuje točno vrijeme.

Kad bi ura C pokazivala točno vrijeme, onda bi dvije od preostalih ura trebale pokazivati 3 odnosno 5 sati. No, nema takvih dviju ura, pa ura C ne prikazuje točno vrijeme.

Kad bi ura D pokazivala točno vrijeme, onda bi dvije od preostalih ura trebale pokazivati 2 odnosno 4 sata. Ura B prikazuje 2, a ura C 4 sata. Ure A i E stoje. Prema tome, **ura D pokazuje točno vrijeme.**

Kad bi ura E pokazivala točno vrijeme, onda bi dvije od preostalih ura trebale pokazivati 6 odnosno 8 sati. No, nema takvih dviju ura, pa ura E ne prikazuje točno vrijeme.

2. način

Ura koja pokazuje točno vrijeme i dvije ure od kojih jedna žuri sat vremena, a druga kasni sat vremena, trebale bi pokazivati vremena koja su tri uzastopna broja. Ure na slici pokazuju sljedeća vremena: 6, 2, 4, 3 i 7. Među tim su vremenima tri uzastopna broja 2, 3 i 4. Prema tome, ura D pokazuje točno vrijeme.

21. [Brazil] Eva i Alan imaju po 9 pikula. Zajedno imaju 8 crvenih i 10 plavih pikula.

Eva ima dvostruko više plavih nego crvenih pikula.

Koliko plavih pikula ima Alan?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 0

Rješenje

B

Eva ima 9 pikula: 6 plavih i 3 crvene.

Alan ima $10 - 6 = 4$ plave pikule.

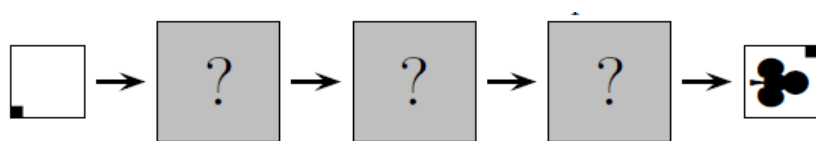
22. [Danska] Elza ima dva stroja.

Kad uloži papir u stroj R, on ga otisne zakrenutog jednom u smjeru kazaljke na satu, kao što prikazuje slika.

Kad uloži papir u stroj S, on na njega otisne uspravnu djetelinu, kao što prikazuje slika.



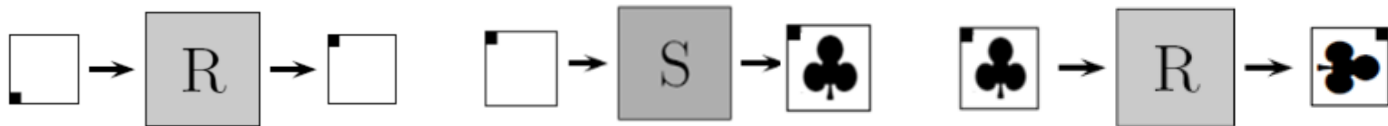
U kojem su redosljedu korišteni strojevi R i S da bismo dobili proizvod kao na donjoj slici?



- A) SRR B) RSR C) RSS D) RRS E) SRS

Rješenje

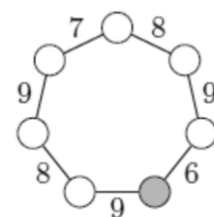
B



23. [Grčka] Mihaela želi u krugove upisati brojeve 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7, u svaki krug jedan broj, ali tako da zbroj brojeva u susjednim krugovima bude jednak broju na crti koja povezuje dva kruga.

Koji broj treba upisati u osjenčani krug?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

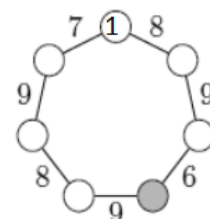


Rješenje

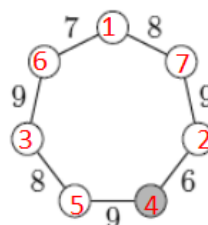
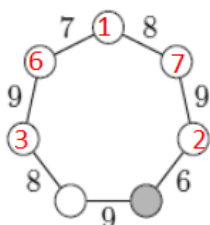
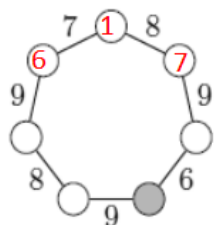
D

Najprije treba smjestiti broj 1. On ne može ići u krugove koji su povezani zbrojem 9 jer je $1 + 8 = 9$, a najveći mogući broj koji možemo zapisati u krug je 7.

Broj 1 možemo smjestiti samo u gornji krug iz kojeg izlaze crte sa zbrojevima 7 i 8.



Na prvoj slici dolje lijevo od broja 1 upisat ćemo $7 - 1 = 6$, a desno $8 - 1 = 7$.



Na drugoj slici gore, na lijevoj strani ispod broja 6 upisat ćemo $9 - 6 = 3$, a na desnoj strani ispod broja 7 upisat ćemo broj $9 - 7 = 2$.

Na trećoj slici gore, na lijevoj strani ispod broja 3 upisat ćemo broj $8 - 3 = 5$, a na desnoj strani ispod broja 2 upisat ćemo broj $6 - 2 = 4$.

Prema tome, u osjenčani krug treba upisati broj 4.

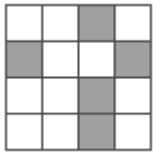
24. [Katalonija] Marija je osjenčala točno 5 kvadratića u mreži 4×4 .

Izazvala je petero svojih prijatelja da pogode koje je kvadratiće osjenčala.

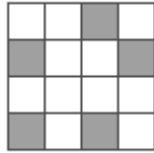
Mreže koje su oni nacrtali nalaze se na slici dolje.

Marija je pogledala sve mreže i rekla: "Jedan od vas ima točno rješenje, a ostali po 4 točno osjenčana kvadratića."

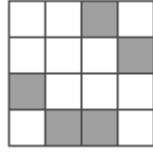
Koji je crtež točan?



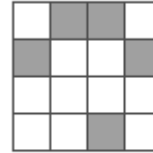
A)



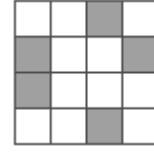
B)



C)



D)

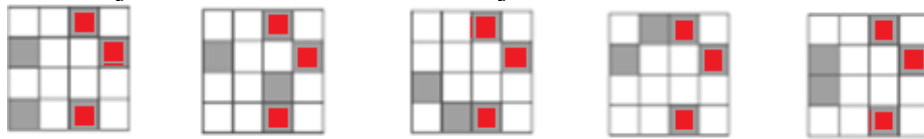


E)

Rješenje

E

Tri su osjenčana kvadratića na istim mjestima u svih 5 mreža.



Promatrajući u čemu se razlikuju mreže, možemo uočiti da je mreža E jedina koja se od ostalih četiriju razlikuje za jedan osjenčani kvadratić.

Prema tome, točan je crtež E.

Obavijesti o rješenjima zadataka i rezultatima mogu se naći na mrežnim stranicama HMD-a.

<http://www.matematika.hr/klokan/2023/>